

领导者引导与支配解进化的多目标矮猫鼬算法

赵世杰^{1,2+}, 张红易¹, 马世林¹

1. 辽宁工程技术大学 智能科学与优化研究所, 辽宁 阜新 123000

2. 辽宁工程技术大学 运筹与优化研究院, 辽宁 阜新 123000

+ 通信作者 E-mail: zhaoshijie@lntu.edu.cn

摘要:面对现实中日益复杂的多目标优化问题,需要发展新型多目标优化算法应对挑战。提出一种基于领导者引导与支配解动态缩减进化的多目标矮猫鼬优化算法(MODMO)。领导者引导机制通过引入动态权衡因子以调控侦察猫鼬探索土丘的搜索半径,同时以非劣解集构建外部存档并根据非支配排序层级确定出领导者,进而引导侦察猫鼬向多目标前沿面推进以改善算法的收敛性;支配解动态缩减进化策略是为克服非劣解外部存档维护过程中的解冗余问题而构建,其以支配关系和拥挤距离动态筛选支配解并存入外部存档,以支配解信息融入种群进化实现多目标潜在前沿的挖掘并增强算法的多样性。在ZDT、DTLZ与WFG基准函数上,与5种代表性比较算法的实验结果表明MODMO算法在收敛性与多样性上均具有显著优势。

关键词:多目标优化;矮猫鼬优化算法;领导者引导机制;外部存档;支配解动态缩减进化策略

文献标志码:A **中图分类号:**TP301

Multi-objective Dwarf Mongoose Optimization Algorithm with Leader Guidance and Dominated Solution Evolution Mechanism

ZHAO Shijie^{1,2+}, ZHANG Hongyi¹, MA Shilin¹

1. Institute of Intelligence Science and Optimization, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China

2. Institute for Optimization and Decision Analytics, Liaoning Technical University, Fuxin, Liaoning 123000, China

Abstract: In the face of the increasingly complex multi-objective optimization problems, it is necessary to develop novel multi-objective optimization algorithms to meet the challenges. This paper proposes a multi-objective dwarf mongoose optimization algorithm (MODMO) with leader guidance and dominated solution dynamic reduction evolution mechanism. In the leader guidance mechanism, a dynamic trade-off factor is introduced to regulate the search radius of the scout mongoose exploring the mound. At the same time, an external archive is constructed with a non-inferior solution set and the leader is determined according to the non-dominated ranking level, and then the scout mongoose is guided to advance to the multi-objective frontier to improve the convergence of the algorithm. The dominant solution dynamic reduction evolution strategy is constructed to overcome the redundancy problem in the process of maintaining the external archive of non-inferior solutions. It dynamically selects the dominant solutions based on the dominance relationship and crowding distance and stores them in the external archive. The dominant solution information is integrated into the population evolution to realize the mining of multi-objective potential frontier and enhance the diversity of the algorithm. Compared with five representative algorithms on ZDT,

基金项目:辽宁省教育厅基础研究基金项目(LJ2019JL017);辽宁省教育厅基本科研项目(LJKMZ20220694)。

This work was supported by the Basic Research Foundation of Liaoning Provincial Department of Education (LJ2019JL017), and the Basic Scientific Research Foundation of Liaoning Provincial Department of Education (LJKMZ20220694).

收稿日期:2022-11-01 **修回日期:**2022-12-28

DTLZ and WFG benchmark functions, experimental results show that MODMO algorithm has significant advantages in convergence and diversity.

Key words: multi-objective optimization; dwarf mongoose optimization algorithm; leader guidance mechanism; external archive; dominated solution dynamic reduction evolution strategy

随着科学研究和工程实践的深入发展,多目标优化问题(multi-objective optimization problems, MOPs)已成为工程领域中的重难点问题之一。MOPs通常需要多个目标同时优化,各目标间彼此冲突且相互矛盾。因此,在MOPs中,一个目标性能的改善可能引起某些目标性能的降低,一般无法获取单个的全局最优解,其最终解决方案为一组无法比较大且相互权衡的折中解,即Pareto最优解集^[1],由目标值构成的集合称为Pareto前沿。

进化算法^[2]通过模拟群体进化的随机优化过程和设定的程序更新种群,其求解问题的数学性质无需严格要求。因此,进化算法被广泛应用于求解MOPs,并取得显著成果,出现大量性能优异的多目标进化算法,如NSGA-II^[3]、MOPSO^[4]、SPEA2^[5]、MOEA/D^[6]等。以上算法在外部存档维护上提出拥挤距离、自适应网格等策略以改善MOP最优解集的分布性能,通过引入精英粒子等机制提高解集的收敛性能。随后,韩红桂等利用全局最优解选择机制与飞行参数调整机制提出一种基于多样性信息和收敛度的多目标粒子群优化算法^[7],以增强粒子的全局探索能力和局部开发能力。黄辉先等为改善非支配解集的收敛性,利用个体的进化信息引导种群进化而提出进化信息引导的烟花差分混合多目标算法^[8]。沈艳霞等根据种群自身进化知识提出基于进化知识融合的多目标人工蜂群算法^[9],以提高解集分布性能。

为进一步增强多目标进化算法的性能,许多学者将目光聚焦至具有操作简单、对优化问题性质依赖低、梯度信息不敏感、求解性能突出等特点且成功用于机器人路径规划^[10]、三电平并网逆变器^[11]等实际场景中的群体智能优化算法,以求解MOPs。代表性的群体智能优化算法有:基于群体遗传机理的遗传算法^[12],全局搜索性能强,但需要控制的参数多且局部搜索能力较弱;基于鸟群捕食行为的粒子群算法^[13]搜索速度快,但存在迭代后期寻优能力弱、易陷入局部最优、收敛过早的问题;模拟蚂蚁觅食的蚁群算法^[14]鲁棒性强,但存在收敛速度较慢、种群多样性不足的问题。对于一些新型的群体智能优化算法,

如樽海鞘群算法^[15]存在稳定性差、收敛速度缓慢问题;正弦余弦算法^[16]存在全局搜索能力弱、收敛质量低问题。因各群体智能优化算法的性能存在不同劣势,量子计算^[17]独有的叠加、纠缠以及干涉等特性,其与群体智能优化算法相结合,对提高群体智能优化算法的性能产生了显著影响。如今,基于群体智能优化算法的多目标版本不断涌现,如多目标海洋捕食者算法(multi-objective marine predator algorithm, MOMPA)^[18]、多目标水母搜索算法(multi-objective jellyfish search, MOJS)^[19]、多目标灰狼优化算法(multi-objective grey wolf optimizer, MOGWO)^[20]、多目标斑点鬣狗优化算法(multi-objective spotted hyena optimizer, MOSHO)^[21]等。由No Free Lunch^[22]定理可知:任何算法不能解决所有类型的MOPs,故仍需设计新的多目标进化算法或增强现有算法的性能。群体智能优化算法在多目标领域的成功应用拓宽了求解MOPs的思路,已成为多目标领域研究热点之一。

矮猫鼬优化算法(dwarf mongoose optimization algorithm, DMO)^[23]是模拟猫鼬的觅食与探索睡眠土丘行为而提出的一种群体智能优化算法。该算法的每个猫鼬代表一个问题的解,猫鼬包括阿尔法、保姆和侦察猫鼬群体,其通过三个社会群体相互配合以寻觅食物,实现位置移动,从而求得待优化问题的最优解。DMO具有结构简单、参数较少、平衡勘探与探索能力强的特点,被广泛应用于高维特征选择^[24]、数据聚类^[25]等领域的求解优化;并相对于传统的遗传算法、粒子群算法、蚁群算法,新型的樽海鞘群算法、正弦余弦算法等,在求解单模态、多模态的测试函数中,矮猫鼬优化算法均表现优异,其求解单目标优化问题上可寻得优异解。目前,DMO算法的研究大多集中于单目标优化,但在多目标方面的研究或应用却较少,将DMO用于求解MOPs即拓宽DMO的应用领域,也为解决MOPs提供新思路。

鉴于此,本文将DMO拓展出一种基于领导者引导与支配解动态缩减进化的多目标矮猫鼬优化算法(multi-objective dwarf mongoose optimization algorithm, MODMO)以求解MOPs,并探讨其有效性与优

越性。首先,通过对DMO中侦察猫鼬阶段的分析,发现其侦察猫鼬对土丘开发不足,故根据侦察猫鼬寻找土丘栖息地的程度调节搜索范围,并通过外部存档的领导个体引导种群进化,提出一种领导者引导机制;其次,在外部存档的维护上,将丢弃的支配解个体置于外部存档中,使其参与种群进化,且外部存档中支配解个体数目随迭代次数动态缩减,进而提出基于支配解动态缩减进化策略以增强算法的多样性;最后,在ZDT、DTLZ与WFG系列基准测试函数上与MOPSO、SPEA2、MOJS、MOAGDE、MOEA/D算法比较,表明MODMO求解MOPs具有有效性和优越性。

1 基本知识

1.1 多目标优化问题

为不失一般性,一个具有 D 维决策向量、 M 个目标函数的多目标优化问题,以最小化问题为例,其数学描述^[21]可定义为:

$$\begin{cases} \min \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T \\ \text{s.t. } g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, q \\ h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, p \\ \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_D], \quad \mathbf{x} \in X \subset \mathbf{R}^n \end{cases} \quad (1)$$

其中, \mathbf{x} 是决策空间 X 的 D 维决策向量, $g_i(\mathbf{x})$ 与 $h_j(\mathbf{x})$ 分别为第 i 个不等式约束和第 j 个等式约束, $f_M(\mathbf{x})$ 为第 M 个目标函数, $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ 是由目标函数 $f_i(\mathbf{x})$ ($i \in 1, 2, \dots, M$) 组成的目标向量。

1.2 矮猫鼬优化算法

DMO算法是通过模拟矮猫鼬的觅食与寻找用于睡眠的土丘栖息地行为而提出的群体智能算法。在整个觅食过程中,矮猫鼬划分成alpha群体、保姆群体和侦察猫鼬群体。alpha群体寻找食物并提供觅食方向,当接收到保姆群体信号时,猫鼬结束觅食,转而从侦察猫鼬群体外出搜寻土丘栖息地,三类群体相互共享信息,促进种群进化。

DMO算法从初始化矮猫鼬($\mathbf{x}_i, i = 1, 2, \dots, n$)的候选种群开始,即:

$$x_{i,j} = \text{unifrnd}(Lb, Ub, Dim) \quad (2)$$

其中, \mathbf{x}_i 为个体, n 是种群规模, unifrnd 是一个均匀分布的随机数, Lb 与 Ub 为问题的上下边界, Dim 代表决策变量的维度, $x_{i,j}$ 表示第 i 个体的第 j 维度。初始化完成后,计算每个猫鼬的种群适应度概率值,以此选择alpha群体(α),其公式为:

$$\alpha = \frac{fit_i}{\sum_{i=1}^n fit_i} \quad (3)$$

其中, fit 表示每个个体的适应度值。矮猫鼬中alpha群体的数量为 $n - bs$, bs 代表保姆的数量,alpha群体的鸣叫使得整个家族保持在一条道路上,这种鸣调用 B 来定义。为产生一个候选位置,用式(4)表示:

$$\mathbf{X}_{i+1} = \mathbf{X}_i + \mathbf{chi} B \quad (4)$$

其中, \mathbf{chi} 为 $[-1, 1]$ 的均匀随机向量,在每次迭代后,将猫鼬用于睡眠的土丘定义为:

$$am_i = \frac{fit_{i+1} - fit_i}{\max\{fit_{i+1}, fit_i\}} \quad (5)$$

则土丘的平均值如下:

$$\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n am_i}{n} \quad (6)$$

当alpha群体探寻到充足的食物且收到保姆群体信号时,侦察猫鼬群体开始寻找土丘栖息地,若找到足够远的地方,则会发现新的土丘,如下式模拟侦察猫鼬行为:

$$\mathbf{X}_{i+1} = \begin{cases} \mathbf{X}_i - CF \mathbf{chi} a [\mathbf{X}_i - \mathbf{M}], \varphi_{i+1} > \varphi_i \\ \mathbf{X}_i + CF \mathbf{chi} a [\mathbf{X}_i - \mathbf{M}], \varphi_{i+1} \leq \varphi_i \end{cases} \quad (7)$$

其中, $a \in [0, 1]$, $CF = \left(1 - \frac{\text{iter}}{\text{Maxiter}}\right)^{\left(2 \frac{\text{iter}}{\text{Maxiter}}\right)}$ 为控制参数,

$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{X}_i \times am_i}{X_i}$ 决定猫鼬移动方向。

2 MODMO算法

2.1 领导者引导机制

在DMO中,猫鼬寻觅到食物后,侦察猫鼬外出寻找可栖息的土丘,该阶段应着重增强算法的局部探索能力。故侦察猫鼬应尽可能在较小范围内寻得土丘以防止天敌攻击。然而,式(7)模拟该行为时,猫鼬未完全朝土丘方向执行局部搜索,其搜寻范围过于扩展到未知区域,使得算法局部搜索性能较弱;特别到进化后期,随着猫鼬探索空间范围的增大,则侦察猫鼬搜寻到土丘的概率将不断缩小。虽然该阶段在一定程度上能增强算法的开发性能,但DMO在处理MOPs时难以有效改善其开发性能且收敛性并不理想。因此,该阶段引入领导者引导机制,使猫鼬具有更大概率朝土丘方向进化,以满足MOPs的求解。考虑到非劣解距离Pareto前沿更近,且侦察猫鼬 X_i 独自搜寻土丘难度较大,难以保证算法的寻优性能,故需领导者 $\mathbf{X}_{\text{leader}}$ 引导侦察猫鼬移动,侦察猫鼬的位

置更新由式(7)转换为式(8)。

$$X_{i+1}(t) = X_i(t) - C X_{\text{leader}}(t) r (X_i(t) - L) \quad (8)$$

其中, $X_{\text{leader}}(t)$ 为第 t 次迭代中非支配个体, r 为(0,1)间的随机数。式(8)中侦察猫鼬 X_i 在领导者 X_{leader} 的引导下更新位置,使其增强算法的局部开发能力。采用外部存档中等级较高且拥挤距离较大个体作为领导者 X_{leader} ,其原因在于:(1)侦察猫鼬接受领导者的引导可促进猫鼬找到土丘躲避天敌以更好地发展,使种群尽快逼近 Pareto 前沿,提高算法的收敛性;(2)选取等级较高且拥挤距离较大的领导者引导侦察猫鼬移动,可使侦察猫鼬在土丘附近探索,有利于种群向多个局部区域聚集,增强算法的多样性。在侦察猫鼬阶段,式(7)中 CF 无法保障猫鼬在进化后期能较快寻找到土丘。因此,领导者引导机制采用式(9)的动态权衡因子 C ,使其种群在进化初期以较大搜索半径向真实 Pareto 前沿逼近,加快收敛速度。进化后期用较小搜索半径提高局部探索能力,并简化其 CF 运算。该阶段重新定义 CF 为 C ,其公式如下:

$$C = \frac{1}{it + 1} \quad (9)$$

其中, it 为当前迭代次数, $\text{rand}(1,D)$ 为随机生成的 D 维向量。式(7)中, M 利用适应度值代表侦察猫鼬寻找土丘的前进方向,但在多目标算法中,非劣解均互不支配。由于适应度值不能评估个体优劣,侦察猫鼬无法利用 M 中的适应度值决定朝土丘移动的方向,故将由式(10)决定,使其猫鼬尽快搜寻土丘以躲避天敌攻击,从而增强算法的局部搜索能力。

$$L = C^2 \text{rand}(1,D) \quad (10)$$

如图1所示,侦察猫鼬群体在各自范围内接收到

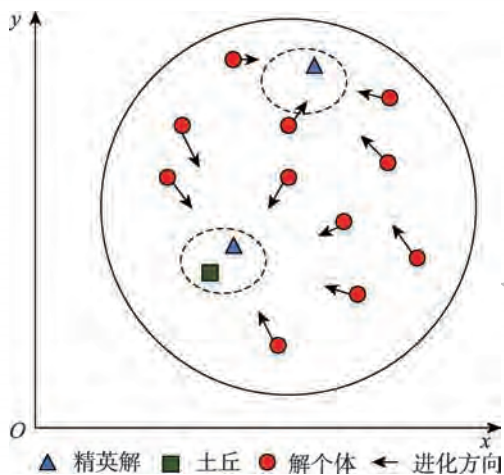


图1 领导者引导机制示意

Fig.1 Diagram of leader guidance mechanism

领导者信息,在领导者的引导下朝潜在空间探索,以保证 MODMO 算法的收敛性。

鉴于自适应参数对调控算法的收敛速度起着重要作用,MODMO 提出动态权衡因子 C ,以调整算法在全局搜索阶段与局部开发阶段的收敛速度。在迭代初期,侦察猫鼬外出搜寻土丘,需较大步长,此时 C 较大。由于猫鼬在下次觅食的同时寻找土丘栖息地,猫鼬逐渐在觅食源区域展开搜索,此时算法在迭代中后期应着重局部开发。由此可知,动态权衡因子间接控制着算法的收敛速度。式(9)对应的曲线呈下凹型,如图2所示。动态权衡因子 C 前期衰减变化率大,即猫鼬探寻土丘的距离收缩幅度变大,加快向土丘聚拢步伐,提高了算法收敛速度;中后期衰减平稳,变化幅度变小,保障了猫鼬有充足时间在土丘附近精准搜索。

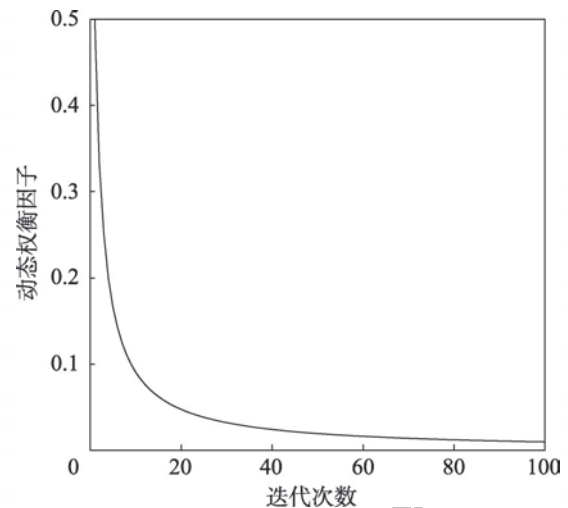


图2 动态权衡因子曲线变化

Fig.2 Curve change of dynamic tradeoff factor

2.2 支配解动态缩减进化策略

传统外部存档维护策略通常直接或间接地基于支配关系和拥挤距离选择非劣解个体进入外部存档。算法随着进化次数的增加,使之剧增的支配解被遗弃,而支配解自身携带解信息,故其支配解未必无用。若支配解个体参与种群进化,其可能向非劣解未发觉的可行域空间搜索,在一定程度上利于外部存档维护。

每次进化个体与外部存档个体进行非支配排序,动态选取等级较高的个体进入外部存档。算法初期,种群对可行域空间的搜索范围有限。若非劣解个体全部参与种群进化,获得的解将过度聚拢,出现早熟现象,诱使种群陷入局部最优,难以对多目标

潜在前沿探索,不利于算法的分布性与多样性。虽然支配解个体在传统意义上有损外部存档维护,但其支配解信息可能存在于非劣解未发觉的多目标潜在前沿方向,具有一定价值。鉴于支配解被舍弃而失去作用,若对其开发将利于维护外部存档解的多样性。图3反映非劣解与支配解个体向多目标前沿进化的趋势。当非劣解个体朝着局部多目标前沿搜索时,种群在进化中过于聚集,可能出现解的多样性弱。然而支配解个体对多目标潜在前沿具有进化优势,若将其加入外部存档则极大改善解个体在 Pareto 前沿上的均匀性,提高算法的多样性能。

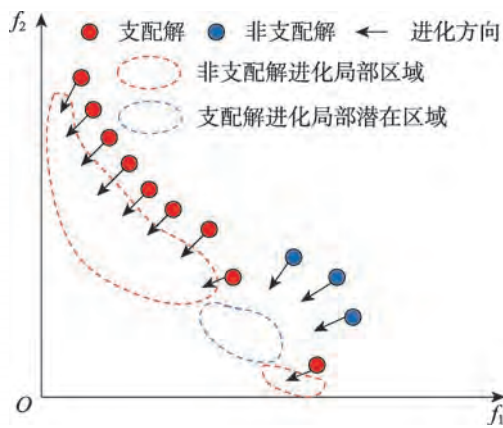


图3 支配解个体与非劣解个体进化区域
Fig.3 Evolution regions of dominant solutions and non-dominant solutions

鉴于以上分析,为弥补非劣解无法对潜在前沿

探索这一缺陷,而支配解可向多目标潜在前沿进化,提出一种基于支配解动态缩减进化策略。该策略根据进化次数在外部存档中引入不同数目的支配解,由于算法初期种群个体对多目标潜在前沿搜索能力较弱,应增强其支配解作用,而到算法后期为实现解个体快速收敛到 Pareto 前沿,故减弱支配解个体活力。图4示意支配解动态缩减进化策略,图4(a)为算法初期时,非劣解个体 a、b、c、d 对周围个体过于拥挤,且未出现解个体朝多目标潜在前沿挖掘。因此,将解个体 a、b、c、d 从外部存档内剔除,并加入同等数目的支配解个体 e、f、g、h,以其融入种群进化,从而增强算法的均匀分布。图4(b)为算法后期阶段,非劣解个体在全局空间内出现均匀分布,故外部存档内的支配解数目应减少。

针对进化阶段引入支配解数目由式(11)所示:

$$num_{it} = \left\lceil n \times NP \times \left(1 - \frac{it}{Maxiter} \right) \right\rceil \quad (11)$$

其中, it 为当前迭代次数, $Maxiter$ 为最大迭代次数, $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整, n 为 (0,1) 之间的参数,文中设定 $n=0.3$, num_{it} 为外部存档加入支配解个体数目以及剔除非劣解个体数目。对外部存档中解个体按拥挤度距离用式(11)剔除,随后将层级较高且拥挤距离较大的支配解个体加入外部存档,共同对种群进化。 num_{it} 根据进化次数 it 线性递减,使支配解在外部存档中处于运动状态,是为确保解个体尽可能地维护外部存档解的多样性。该策略有效利用支配解信息

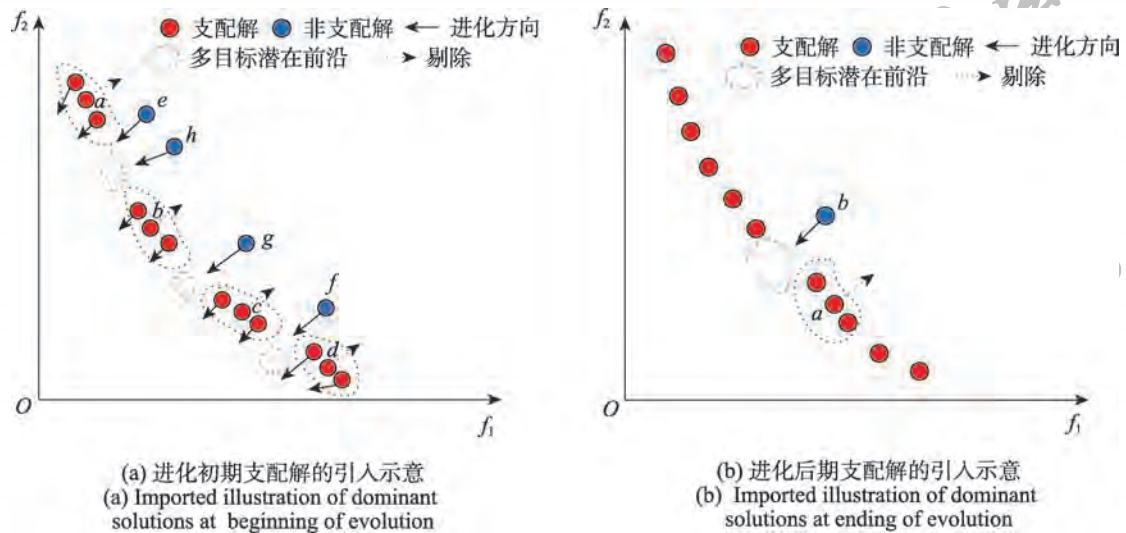


图4 进化初期与后期支配解的引入示意

Fig.4 Imported illustration of dominant solutions at beginning and ending of evolution

以加强多目标前沿面的全局勘探,提高算法的分布性能,同时剔除拥挤的非劣解使其对外部存档维护,可保证算法的多样性。

2.3 种群多样性分析

由图5可知,当猫鼬个体结束寻觅食物阶段后,转而开始搜寻土丘栖息地。引入的领导者引导机制能使猫鼬个体在领导者引导下朝不同土丘方向前进,且不同方向有助于猫鼬在搜索空间移动,从而提高猫鼬种群的多样性与收敛性;支配解动态缩减进化策略下非劣解 x_6'' 过于拥挤,对附近土丘的开发作用不大,而支配解 x_4'' 更有利于发掘土丘的潜力,因此剔除部分拥挤过大的非劣解与加入支配解的操作能挖掘优异非劣解,又可发挥对搜索空间的探索,从而有助于提高种群多样性。

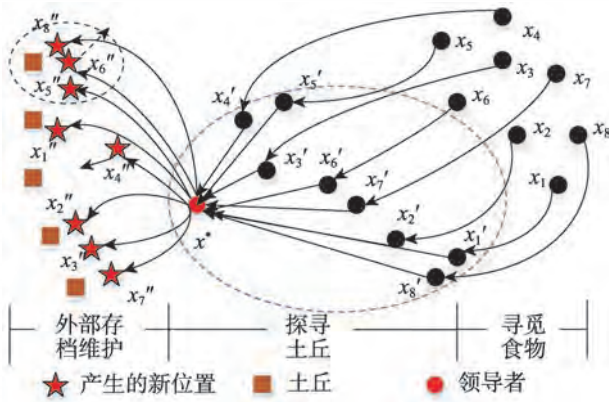


图5 融合两策略个体分布

Fig.5 Individual distribution of two strategies

2.4 计算复杂度

本节给出MODMO算法的计算复杂度。

2.4.1 时间复杂度

(1)初始化阶段的时间复杂度为 $O(M \times n)$, M 为目标数目, n 为种群规模。

(2)猫鼬寻觅食物需要 $O(Maxiter \times M \times (n - bs))$ 时间, $Maxiter$ 为最大迭代次数, bs 为保姆数量。

(3)领导者引导猫鼬探寻土丘需要 $O(Maxiter \times M \times n \times 1)$,领导者的选取来自外部存档,故选取领导者的计算次数为 $O(1)$ 。

(4)更新外部存档 $O(Maxiter \times M \times (n + num))$ 时间, num 为支配解数目。

综上所述,MODMO算法的总时间复杂度为 $O(Maxiter \times M \times (3n + num - bs))$ 。

2.4.2 空间复杂度

(1)初始化的最大空间复杂度为 $O(M \times n)$ 。

(2)猫鼬寻觅食物的最大空间复杂度为 $O(M \times (n - bs))$ 。

(3)领导者引导猫鼬探寻土丘的最大空间复杂度为 $O(M \times n)$ 。

(4)更新外部存档的最大空间为 $O(M \times 2n)$ 。

综上所述,MODMO算法的空间复杂度为 $\max\{O(M \times n), O(M \times (n - bs)), O(M \times 2n)\}$ 。

由上述可知,领导者引导机制与支配解动态缩减进化策略的提出在时间复杂度上对算法影响小,支配解动态缩减进化策略因对支配解的存储在空间复杂度上略有提升但仍可接受。因此,计算复杂度对MODMO算法的性能影响较小。

2.5 MODMO算法流程

根据2.1、2.2节的叙述,算法1给出MODMO的流程。

算法1 MODMO算法

输入:种群 pop 规模 N ,算法最大迭代次数 $Maxiter$,保姆数量 $bs=3$,外部存档 Q 的规模 N' 。

输出:算法终止末代外部存档 Q 。

1. 根据式(2)产生 N 个初始群体 P_0 ,将初始群体按照非支配排序存入外部存档 Q_0 ,设置初始迭代次数 $it=1$
2. If $it \leq Maxiter$
3. 根据式(4)模拟矮猫鼬寻找食物行为
4. 在外部存档 Q_{it} 内选取等级较高的个体作为领导者 X_{leader} 并利用式(8)产生 N 个体 $X_i, i=1,2,\dots,N$ 以进行位置更新
5. 将 X_i 存入到 P_{it} ,并按非支配排序执行 $P_{it} \cup Q_{it}$ 构造非劣解集 $NDS(it)$
6. 从 $NDS(it)$ 解集选取前 N' 解个体,并计算每个解个体的拥挤度
7. 根据式(11)剔除拥挤度较高的非支配个体,其余非支配个体加入 Q_{it} 内,并在 $NDS(it)$ 解集 N' 个之后的解个体选取层级较高且拥挤度较小的支配解个体加入 Q_{it}
8. End
9. 输出外部存档 Q_{it}

2.6 MODMO算法的收敛性分析

马尔科夫链是具有状态转移的随机过程且文献[26]给出两条判定准则,随机算法是否收敛。由MODMO的设计理念可知属于随机算法范畴,因此将该标准与马尔科夫链分析MODMO的收敛性。

以最小化的优化问题 $\langle f, A \rangle$, f 为目标函数, A 为可行域空间。随机算法 S 中 t 次迭代的解 x_t 转移到 $t+1$ 次迭代的新解为 $x_{t+1} = S(x_t, \delta)$, δ 是算法在迭

代过程中获得的解。

准则1 若 $f(S(x, \theta)) \leq f(x), \theta \in A$, 则 $f(S(x, \theta)) \leq f(\theta)$ 。

准则2 若 $\forall a \in A, s.t. w(a) > 0$ 则 $\prod_{t=0}^{\infty} (1 - v_t(a)) = 0$ 。

$w(a)$ 是集合 X 的 Lebesgue 测度, $v_t(a)$ 为算法 S 在 t 次迭代后集合 a 的概率测度。

定义1 设猫鼬个体位置构成的状态为 ψ , 则可能出现的所有状态构成的猫鼬状态空间为 $\Psi = \{\psi | \psi \in A\}$ 。猫鼬状态由全体猫鼬状态构成 $\varphi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i), i = 1, 2, \dots, N_\varphi$, ψ_i 为第 i 个猫鼬状态, N_φ 为猫鼬种群规模。因此猫鼬群状态空间为:

$$\xi = \{\varphi = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i) | \psi_i \in A\} \quad (12)$$

定理1 MODMO 算法中, 猫鼬个体状态 ψ_i 一步转移到另一状态 ψ_j 的转移概率为:

$$P(T_\xi(\psi_i) = \psi_j) = P_h(x_i \rightarrow x_j) \cdot P_{\text{best}}(y_i \rightarrow y_j) \quad (13)$$

猫鼬个体最优状态会被保留或被更佳的状态替换, 即:

$$P_{\text{best}}(y_i \rightarrow y_j) = \begin{cases} 1, & f(y_i) \leq f(y_j) \\ 0, & f(y_i) > f(y_j) \end{cases} \quad (14)$$

将猫鼬群体看作超空间一组点集, 则猫鼬觅食与探寻土丘的更新过程是超空间点集之间的交换, 可得 alpha 猫鼬由状态 x_i 一步转移到状态 x_j 的转移概率为:

$$P_e(x_i \rightarrow x_j) = \begin{cases} \frac{1}{|X_i + \text{chi} B|}, & x_j \in [X_i, X_i + \text{chi} B] \\ 0, & x_j \notin [X_i, X_i + \text{chi} B] \end{cases} \quad (15)$$

侦察猫鼬由状态 x_i 一步转移到状态 x_j 的转移概率是:

$$P_s(x_i \rightarrow x_j) = \begin{cases} \frac{1}{|X_i - C X_{\text{leader}} r(X_i) - L|}, & x_j \in [X_i, X_i - C X_{\text{leader}} r(X_i) - L] \\ 0, & x_j \notin [X_i, X_i - C X_{\text{leader}} r(X_i) - L] \end{cases}$$

定理2 MODMO 中最优猫鼬群状态集合 $G = \{\varphi^* = (\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n) | f(A) = f(g^*), \varphi \in \xi\}$ 是闭集, $f(g^*)$ 是优化问题 $\langle f, A \rangle$ 的最优解。

证明 设 $\forall \psi_i \in G, \forall \psi_j \in G$, 对任意步长 $L, L \geq 1$,

由 Chapman-Kolmogorov 方程得:

$$P_{\varphi_i, \varphi_j}^L = \sum_{\varphi_{i1} \in \varphi} \sum_{\varphi_{i2} \in \varphi} \dots \sum_{\varphi_{iL-1} \in \varphi} P(T_\varphi(\varphi_i) = \varphi_{s1}) \cdot P(T_\varphi(\varphi_{s1}) = \varphi_{s2}) \cdot \dots \cdot P(T_\varphi(\varphi_{sL-1}) = \varphi_j) \quad (16)$$

其中, $r \in [1, L], P_{\varphi_i, \varphi_j}^L$ 为猫鼬状态 ψ_i 经过 L 步转移到状态 ψ_j 的概率, 因此猫鼬群的转移概率为:

$$P(T_\varphi(\varphi_{sr-1}) = \varphi_{sr}) = \prod_{k=1}^{N_\varphi} P(T_\varphi(\psi_{ik}) = \psi_{jk}) \quad (17)$$

其中, $\varphi_{sr-1} \in G, \varphi_{sr} \notin G$ 则 $f(\psi_r) > f(\psi_{r-1}) = f(g^*) = \inf(f(y)), y \in A$, 则至少存在 $P(T_\varphi(\varphi_{sr-1}) = \varphi_{sr}) = 0$ 使得 $P_{\varphi_i, \varphi_j}^L = 0$, 因此 G 是 ξ 空间上的闭集。

定理3 猫鼬群状态空间 ξ , 不存在非空闭集 U , 使 $G \cap U = \emptyset$ 。

证明 使用反证法, 假设猫鼬群状态空间 ξ 存在闭集 U , 且 $G \cap U \neq \emptyset$ 。若 $\varphi_i = (g^*, g^*, \dots, g^*) \in G, \forall \varphi_j = (\psi_{j1}, \psi_{j2}, \dots, \psi_{jd}) \in U$ 则 $f(\psi_{jr}) > f(g^*)$, 经过一定迭代后满足式(14)、式(15), 即 $P_{\varphi_i, \varphi_j}(T_\varphi(\psi_{jr}) = \psi_j) > 0$, 因而 L 步长到一定长度时, $P_{\varphi_i, \varphi_j}^L$ 中存在某一项使得 $P(T_\varphi(\varphi_{sr+i}) = \varphi_{sr+i+1})$ 满足式(13), 即 $P(T_\varphi(\varphi_{sr+i}) = \varphi_{sr+i+1}) > 0$, 由式(17)中 $P_{\varphi_i, \varphi_j}^L = 0$ 得 U 不是闭集, 与题矛盾, 故状态空间 ξ 不存在闭集 U 。

定理4 假设马尔科夫链有非空集 I , 不存在非空集 R , 使得 $I \cap R = \emptyset$ 。若 $j \in I$ 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} P(\psi_k = j) = \pi_j$, 若 $j \notin I$ 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} P(\psi_k = j) = 0$ 。

定理5 当猫鼬群的迭代次数无穷大时, 猫鼬群状态序列必进入最优状态集 G 。

证明 由定理2~定理4可得, 定理5成立。

定理6 MODMO 算法收敛到全局最优解。

证明 猫鼬个体在迭代中将选择保留最优解集, 即满足准则1、准则2条件, 则当迭代次数无穷大时 $\lim_{t \rightarrow \infty} P(\{\psi_t\} \in E_{\delta, D}) = 1, \{\psi_k\}_k^\infty$ 是猫鼬群体在迭代过程产生的解序列, $P(\{\psi_t\} \in E_{\delta, D})$ 为第 t 次迭代搜索, 解 ψ_t 在 $E_{\delta, D}$ 的概率测度。由准则1、准则2和定理5可知, MODMO 在无穷次迭代后, 猫鼬群的解序列必进入最优状态。因此, MODMO 收敛到全局最优解。

3 实验结果分析与讨论

3.1 测试函数与性能指标

为充分验证 MODMO 的先进性与有效性, 在双目标 ZDT^[27]、DTLZ^[28]、WFG^[28] 系列函数与三目标 WFG 系列函数进行测试, 选用 GD (generational distance)^[19]、SP (spacing performance)^[20]、IGD (inverted generational distance)^[20]、HV (hypervolume)^[19] 指标分别对算法的性能进行评估, 并将 MOPSO (multi-objective optimization particle swarm optimization)^[4]、SPEA2 (improving the strength Pareto evolutionary al-

gorithm)^[5]、MOJS^[19]、MOEA/D (multi-objective evolutionary algorithm based on decomposition)^[6]、MOAGDE (multi-objective adaptive guided differential evolution)^[29] 算法作为对比算法。所有算法在测试函数上进行5轮实验, 每轮实验独立运行30次, 种群规模均设置为100, 最大迭代次数200, 外部存档最大规模100, 各算法参数与原文献一致。仿真实验在 Intel®Core™ i7-6500U CPU@2.50 GHz 2.59 GHz 环境, Matlab R2017a 平台实现。

(1)GD 指标评估算法的收敛性能, 其值越小说明解的收敛性越好, 其定义如下:

$$GD(p, p^*) = \frac{\sqrt{\sum_{y \in p^*} \min_{x \in p} dis(x, y)^2}}{|p|} \quad (18)$$

其中, p 为 Pareto 解集, p^* 是 Pareto 前沿面上的参考集, $dis(x, y)^2$ 表示解集 p 中点 x 与参考集 p^* 中点 y 的欧式距离, $|p|$ 表示解集 p 大小。

(2)SP 指标用于评估算法的分布性能, 其值越小说明解的分布性能越好, 可由如下定义:

$$SP = \sqrt{\frac{1}{z-1} \sum_{i=1}^z (\bar{D} - D_i)^2} \quad (19)$$

其中, z 为获得的解个数, \bar{D} 表示所有 D_i 的平均值, $D_i = \min_{k=1}^m \left\{ \sum_{j=1}^m |f_k(x_i) - f_k(x_j)| \right\}$, $f_k(x_i)$ 与 $f_k(x_j)$ 分别为第 k 个目标下的第 i 个目标值与第 j 个目标值。

(3)IGD 指标评估算法的收敛性与分布性, 其值越小则算法的收敛性与分布性越好, 其定义如下:

$$IGD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i \quad (20)$$

其中, N 为解的个数, d_i 为真实 Pareto 前沿上点到获得的解集的最小欧式距离。

(4)HV 指标是解集与参考点在目标空间覆盖的超立方体积, 其值越大则算法性能越好, 其定义如下:

$$HV = \bigcup_{x \in X} v(x, p) \quad (21)$$

其中, X 为所获得解集, $v(x, p)$ 表示解 x 与参考点 p 在空间中形成的超体积。

3.2 结果分析

通过比较6个算法在不同系列函数上分别获得的IGD、GD、SP、HV均值(Mean)和标准偏差(Std), 并利用显著性水平为5%的Wilcoxon检验判断, 以展示所提算法与对比算法的显著性差异。表中的“+”“-”“=”分别表示MODMO的性能指标值优于、劣于

或等于对比算法。同时, 采用粗体显示在同一测试问题上获得的最优值。

由表1的收敛性GD指标所示, MODMO算法在双目标问题的20个测试函数中获得16个最优均值。其中, 在ZDT系列测试函数上, MODMO算法均占优, 其GD均值远优于对比算法, 具有跨数量级优势。在DTLZ系列函数上, 虽然MODMO算法并不能完全排名第一, 但与最佳的GD均值差距不大且排名靠前, 表明MODMO算法综合性能较强。除WFG6函数以外, MODMO算法在其他WFG系列函数上, 均取得最优的GD值, 表明MODMO获得的解集更佳, 逼近真实Pareto前沿。值得注意的是, 在WFG6函数上, MODMO算法获得的GD均值(9.03E-03)与最佳的GD均值(7.65E-03)处于相同数量级(10⁻³), 两者获得的GD均值差异不大, 表明MODMO算法在该问题上亦能表现突出。综上所述, 本文算法求解MOPs具有较好的收敛效果。

表2为SP指标均值与标准差统计结果, 本文所提算法在20个测试问题上12个占优, 取得最佳的SP均值, 所获得均值较小, 表明MODMO具有较强的分布性能和覆盖范围。在DTLZ5问题上, 虽然MODMO排名第二, 但其值略微劣于最优值。在WFG1~WFG4函数上, MODMO算法与最优的MOJS算法差距较小, 且SP均值明显小于其他算法, 即MODMO的收敛性与分布性同样出色。相对于SPEA2、MOPSO、MOAGDE、MOEA/D算法, 所提算法在绝大部分测试函数的GD与SP指标均值同时占优。结果表明MODMO算法所获解集整体质量较优, 具有较强的优化性能, 表现出较好的收敛性和多样性。

为进一步验证本文算法的有效性, 避免所提算法在双目标问题上对同等比较算法取得优势的偶然性, 将在三目标问题(WFG系列函数)上, 对MODMO算法与其他5种算法进行测试, 所有算法分别取得的IGD与HV的均值和标准差统计结果如表3、表4所示。由表3的IGD指标结果所示, MODMO算法在WFG1、WFG2、WFG4~WFG8测试函数上取得最佳值, MOJS算法在WFG3函数上获得最佳的IGD均值。值得注意的是, 在WFG3函数上, MODMO与取得最优的MOJS算法差距较小, 纵观其他算法, 其排名依然靠前, 说明MODMO算法在WFG3上的收敛性与分布性可获得较好的结果。总体而言, 在WFG函数上, 本文算法能获得一组逼近真实Pareto前沿且分布性较优的解集, 说明算法具有较好的有效性与

表1 双目标各测试问题获得GD的均值和标准差

Table 1 Mean and standard deviation of GD obtained for each bi-objective problem

函数	指标	MODMO	SPEA2	MOPSO	MOJS	MOAGDE	MOEA/D
ZDT1	Mean	6.34E-04	3.46E-02	3.71E-02	1.07E-02	5.25E-01	1.94E-01
	Std	1.00E-04	1.05E-02	1.28E-02	9.28E-03	6.29E-02	5.34E-02
ZDT2	Mean	3.75E-07	2.63E-03	2.44E-03	1.20E-02	1.04E+00	1.12E-01
	Std	3.64E-07	2.82E-03	2.76E-03	1.73E-02	1.52E-01	4.74E-02
ZDT3	Mean	8.51E-04	4.18E-02	4.29E-02	1.33E-02	2.71E-01	1.71E-01
	Std	5.92E-05	1.62E-02	1.79E-02	8.52E-03	3.01E-02	3.94E-02
ZDT4	Mean	1.08E-01	7.62E-01	7.59E-01	8.72E-01	2.80E+01	NAN
	Std	2.16E-01	4.16E-01	1.44E+00	7.09E-01	4.61E+00	NAN
ZDT6	Mean	2.61E-03	3.81E-01	4.02E-01	1.24E-01	2.18E+00	6.85E-01
	Std	1.89E-03	1.41E-01	1.35E-01	7.84E-02	3.31E-01	4.87E-01
DTLZ1	Mean	2.98E+00	4.02E+01	3.93E+01	9.13E-01	6.15E+01	8.22E+00
	Std	1.46E+00	7.39E+00	8.98E+00	8.28E-01	1.36E+01	2.00E+00
DTLZ2	Mean	5.48E-04	4.30E-03	9.17E-04	6.01E-04	4.91E-02	7.68E-03
	Std	2.21E-05	2.36E-03	2.82E-04	3.78E-05	8.26E-03	3.02E-03
DTLZ3	Mean	1.18E+01	2.42E+01	1.01E+02	5.69E+00	1.46E+02	6.58E+01
	Std	3.68E+00	1.92E+01	1.31E+01	2.03E+00	2.23E+01	1.07E+01
DTLZ4	Mean	9.73E-03	3.55E-03	1.41E-03	5.89E-04	8.34E-02	2.59E-02
	Std	7.75E-03	2.44E-03	3.70E-03	5.90E-05	1.16E-02	1.39E-02
DTLZ5	Mean	5.55E-04	3.69E-03	9.61E-04	6.11E-04	4.87E-02	7.67E-03
	Std	1.97E-05	1.85E-03	3.38E-04	3.56E-05	7.92E-03	2.85E-03
DTLZ6	Mean	4.93E-04	2.90E-02	6.45E-01	1.37E-03	1.15E+00	3.60E-01
	Std	2.65E-05	3.81E-02	1.04E-01	4.85E-03	7.72E-02	1.36E-01
DTLZ7	Mean	1.96E-04	8.63E-03	3.19E-03	2.32E-03	9.70E-01	1.06E-01
	Std	1.11E-04	4.60E-03	7.43E-03	4.31E-03	1.34E-01	4.70E-02
WFG1	Mean	2.59E-02	3.30E-02	4.49E-02	4.78E-02	6.25E-02	2.80E-01
	Std	4.29E-03	3.78E-03	3.31E-03	3.75E-03	3.72E-03	4.94E-02
WFG2	Mean	1.79E-03	3.25E-03	2.35E-02	5.79E-03	2.85E-02	5.61E-02
	Std	1.34E-03	8.01E-04	6.93E-03	1.21E-03	2.14E-03	1.29E-02
WFG3	Mean	5.25E-04	3.46E-03	3.59E-03	5.87E-03	1.75E-02	3.76E-02
	Std	2.10E-05	8.09E-04	8.21E-04	8.33E-04	8.63E-04	7.41E-03
WFG4	Mean	8.37E-04	1.62E-03	5.42E-03	3.44E-03	8.37E-03	1.65E-02
	Std	3.67E-04	3.48E-04	7.58E-04	3.58E-04	4.04E-04	2.48E-03
WFG5	Mean	2.73E-03	3.28E-03	5.00E-03	2.93E-03	2.43E-02	1.92E-02
	Std	3.13E-05	1.66E-04	2.91E-03	1.07E-04	1.48E-03	5.47E-03
WFG6	Mean	9.03E-03	2.41E-03	7.64E+00	7.65E-03	2.29E-02	7.64E+00
	Std	1.58E-03	9.94E-04	5.68E-02	2.31E-03	1.30E-03	5.68E-02
WFG7	Mean	6.97E-04	2.32E-03	1.92E-03	3.97E-03	1.37E-02	2.11E-02
	Std	2.47E-05	6.76E-04	7.20E-04	6.44E-04	7.02E-04	5.02E-03
WFG8	Mean	7.12E-03	7.22E-03	9.78E-03	9.59E-03	2.03E-02	4.13E-02
	Std	7.90E-04	1.07E-03	2.85E-03	8.41E-04	1.09E-03	6.10E-03
得分情况	+/-/=		18/2/0	19/1/0	16/4/0	20/0/0	20/0/0

表2 双目标各测试问题获得SP的均值和标准差

Table 2 Mean and standard deviation of SP obtained for each bi-objective problem

函数	指标	MODMO	SPEA2	MOPSO	MOJS	MOAGDE	MOEA/D
ZDT1	Mean	2.03E-02	6.71E-01	6.68E-01	2.69E-02	1.21E-01	4.22E-02
	Std	6.92E-03	6.04E-02	5.45E-02	9.31E-03	5.48E-02	2.31E-02
ZDT2	Mean	1.20E-08	9.88E-01	9.84E-01	1.73E-02	1.65E-01	1.13E+00
	Std	1.42E-08	1.56E-01	1.55E-01	1.08E-02	9.04E-02	3.30E-02
ZDT3	Mean	4.46E-03	7.43E-01	7.32E-01	2.24E-02	1.23E-01	4.42E-02
	Std	1.50E-03	5.08E-02	5.75E-02	1.50E-02	5.14E-02	1.86E-02
ZDT4	Mean	4.86E-02	1.23E+00	1.05E+00	4.99E-02	8.22E+00	NAN
	Std	1.27E-01	2.23E-01	2.27E-01	4.11E-02	6.12E+00	NAN
ZDT6	Mean	7.95E-03	7.12E-01	7.16E-01	8.84E-02	1.78E-01	1.70E-01
	Std	6.15E-03	7.18E-02	8.17E-02	1.15E-01	9.37E-02	1.95E-01
DTLZ1	Mean	9.93E-01	6.89E-01	6.86E-01	7.93E-02	2.99E+01	4.22E+00
	Std	2.69E+00	1.23E-01	9.38E-02	8.95E-02	1.73E+01	1.94E+00
DTLZ2	Mean	1.80E-02	1.40E+00	7.91E-01	6.52E-02	6.27E-02	4.70E-02
	Std	6.59E-03	1.53E-01	6.65E-02	9.52E-04	2.13E-02	1.74E-02
DTLZ3	Mean	6.51E+00	1.24E+00	6.50E-01	9.80E-01	8.51E+01	3.32E+01
	Std	1.60E+01	1.61E-01	7.82E-02	6.15E-01	3.94E+01	2.51E+01
DTLZ4	Mean	6.20E-02	1.36E+00	1.02E+00	6.85E-02	1.18E-01	2.50E-01
	Std	4.52E-02	1.70E-01	1.29E-01	1.08E-03	3.79E-02	2.17E-01
DTLZ5	Mean	1.68E-02	1.37E+00	7.86E-01	6.58E-03	6.18E-02	4.72E-02
	Std	4.71E-03	1.38E-01	5.16E-02	8.05E-04	2.56E-02	1.63E-02
DTLZ6	Mean	1.18E-02	1.14E+00	7.59E-01	9.25E-02	1.99E-01	2.76E-01
	Std	1.92E-03	1.73E-01	9.05E-02	4.00E-03	4.03E-02	1.54E-01
DTLZ7	Mean	3.60E-03	1.21E+00	9.31E-01	1.31E-02	3.53E-01	1.28E+00
	Std	2.47E-03	1.27E-01	8.04E-02	7.53E-03	2.13E-01	7.47E-02
WFG1	Mean	8.40E-02	1.29E+00	1.26E+00	3.28E-01	1.55E-02	7.45E-01
	Std	1.00E-01	2.46E-01	7.16E-02	1.22E-01	6.57E-03	2.31E-01
WFG2	Mean	1.40E-01	1.26E+00	8.21E-01	3.04E-02	1.72E-01	2.35E-01
	Std	8.86E-02	1.36E-01	5.80E-02	1.32E-02	6.82E-02	1.17E-01
WFG3	Mean	4.37E-02	1.32E+00	7.15E-01	2.80E-02	5.34E-02	7.99E-02
	Std	1.31E-02	1.30E-01	6.27E-02	4.42E-03	9.71E-03	2.91E-02
WFG4	Mean	5.32E-02	1.24E+00	7.99E-01	3.73E-02	5.39E-02	1.15E-01
	Std	2.40E-02	1.07E-01	7.46E-02	1.48E-02	1.52E-02	3.65E-02
WFG5	Mean	3.71E-02	1.15E+00	7.51E-01	4.00E-02	7.91E-02	5.50E-02
	Std	1.00E-02	8.52E-02	6.79E-02	2.44E-03	2.75E-02	1.67E-02
WFG6	Mean	5.41E-02	1.33E+00	7.45E-01	2.57E-02	8.99E-02	1.10E-01
	Std	2.10E-02	1.23E-01	6.73E-02	8.24E-03	3.16E-02	3.33E-02
WFG7	Mean	6.27E-02	1.23E+00	7.80E-01	7.83E-02	6.78E-02	7.06E-02
	Std	1.99E-02	1.26E-01	7.07E-02	1.62E-02	2.47E-02	2.72E-02
WFG8	Mean	6.09E-02	1.15E+00	7.55E-01	6.33E-02	6.42E-02	8.15E-02
	Std	1.90E-02	1.18E-01	6.55E-02	2.24E-02	1.93E-02	2.34E-02
得分情况	+/-/=		18/2/0	18/2/0	13/7/0	19/1/0	20/0/0

表3 三目标上各算法获得IGD的均值和标准差

Table 3 Mean and standard deviation of IGD obtained by each algorithm on tri-objective problems

问题	指标	MODMO	SPEA2	MOPSO	MOJS	MOAGDE	MOEA/D
WFG1	Mean	6.31E-01	7.02E-01	7.98E-01	6.77E-01	9.69E-01	1.87E+00
	Std	2.24E-02	5.25E-02	5.33E-02	1.99E-02	2.54E-02	1.09E-01
WFG2	Mean	9.67E-02	1.78E-01	1.75E-01	1.37E-01	1.48E-01	4.69E-01
	Std	1.11E-02	2.58E-02	2.68E-02	1.16E-02	6.21E-03	2.78E-02
WFG3	Mean	4.36E-01	5.11E-01	5.11E-01	2.02E-01	2.33E-01	7.54E-01
	Std	5.62E-02	1.01E-01	7.42E-02	1.56E-02	1.78E-02	2.43E-01
WFG4	Mean	1.15E-01	1.39E-01	1.90E-01	1.20E-01	1.64E-01	7.23E-01
	Std	1.02E-02	1.56E-02	2.38E-02	4.68E-03	8.75E-03	1.32E-01
WFG5	Mean	1.02E-01	1.51E-01	2.92E-01	1.21E-01	2.53E-01	6.08E-01
	Std	8.16E-03	1.58E-02	4.44E-02	1.20E-02	9.68E-03	7.59E-02
WFG6	Mean	1.53E-01	2.10E-01	3.78E-01	1.72E-01	2.37E-01	7.69E-01
	Std	1.42E-02	2.45E-02	2.64E-02	1.97E-02	1.14E-02	7.52E-02
WFG7	Mean	1.16E-01	1.73E-01	1.94E-01	1.46E-01	1.81E-01	1.37E+00
	Std	1.18E-02	2.13E-02	1.19E-02	7.18E-03	8.96E-03	2.04E-01
WFG8	Mean	1.64E-01	2.29E-01	4.07E-01	2.04E-01	2.46E-01	8.89E-01
	Std	1.17E-02	2.12E-02	2.86E-02	8.46E-03	1.07E-02	7.68E-02
得分情况	+/-/=		8/0/0	8/0/0	7/1/0	7/1/0	8/0/0

表4 三目标上各算法获得HV的均值和标准差

Table 4 Mean and standard deviation of HV obtained by each algorithm on tri-objective problems

问题	指标	MODMO	SPEA2	MOPSO	MOJS	MOAGDE	MOEA/D
WFG1	Mean	1.65E-01	9.11E-02	1.15E-02	1.25E-01	8.00E-04	1.50E-01
	Std	2.34E-02	5.49E-02	1.88E-02	2.35E-02	3.90E-03	5.35E-02
WFG2	Mean	8.43E-01	7.09E-01	7.28E-01	7.39E-01	7.13E-01	7.14E-01
	Std	1.85E-02	3.52E-02	3.95E-02	1.86E-02	9.11E-03	2.14E-02
WFG3	Mean	7.56E-02	6.31E-02	6.98E-02	2.32E-01	1.94E-01	9.57E-02
	Std	2.10E-02	3.53E-02	2.69E-02	1.38E-02	1.11E-02	3.72E-02
WFG4	Mean	4.39E-01	4.00E-01	3.75E-01	3.98E-01	3.40E-01	3.39E-01
	Std	9.64E-03	1.40E-02	1.79E-02	1.02E-02	7.39E-03	2.69E-02
WFG5	Mean	4.43E-01	3.68E-01	2.52E-01	3.93E-01	2.21E-01	3.24E-01
	Std	9.58E-03	1.36E-02	3.02E-02	2.22E-02	8.59E-03	1.86E-02
WFG6	Mean	3.64E-01	3.16E-01	2.31E-01	3.05E-01	2.37E-01	2.50E-01
	Std	2.26E-02	2.64E-02	1.25E-02	3.26E-02	1.01E-02	1.75E-02
WFG7	Mean	4.46E-01	3.61E-01	3.13E-01	3.45E-01	2.97E-01	2.17E-01
	Std	1.08E-02	1.96E-02	6.68E-03	1.27E-02	8.03E-03	1.92E-02
WFG8	Mean	3.63E-01	2.97E-01	1.91E-01	2.66E-01	2.41E-01	2.36E-01
	Std	9.00E-03	1.48E-02	1.68E-02	1.23E-02	8.35E-03	1.51E-02
得分情况	+/-/=		8/0/0	8/0/0	7/1/0	7/1/0	7/1/0

优越性。

表4为MODMO算法与其他对比算法在三目标WFG系列函数的HV指标统计结果。除WFG3函数外,MODMO算法在其余测试函数上取得最佳的HV均值,MOJS在WFG3上取得最优值,表明MODMO算法在WFG系列测试函数上的HV性能指标总体显著优于其他5个对比算法。对于WFG1函数,除MOJS与MOEA/D以外,其余算法的HV值均远远劣于MODMO算法,仅MOJS与MOEA/D处于同一数量

级(10^{-4}),而本文所提算法取得最优值。在WFG3函数上,虽然MODMO算法未排名第一,但在所有算法中排名依然靠前。综上所述,MODMO算法在三目标问题上具有较为优秀的表现,说明该算法获得的解集在真实Pareto前沿上表现出较好的分布性与收敛性。

为验证MODMO算法与其他5种算法是否具有显著性差异,采用Wilcoxon秩和检验分别对双目标问题ZDT、DTLZ、WFG系列测试函数的GD指标与三目标问题的WFG系列测试函数的IGD指标进行

秩和检验。设定置信度为0.05,在原假设下,6种算法所得的GD与IGD秩和检验统计结果如表5和表6所示。表中检验数值小于0.05,则说明MODMO算法与对应算法在同一测试函数上具有显著性差异。

表5 各算法在双目标问题上GD指标的Wilcoxon检验

Table 5 Wilcoxon test of GD index for each algorithm on bi-objective problems

函数	MODMO vs MOAGDE	MODMO vs MOJS	MODMO vs SPEA2	MODMO vs MOPSO	MODMO vs MOEA/D
ZDT1	3.02E-11	1.33E-10	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
ZDT2	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
ZDT3	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
ZDT4	3.02E-11	6.52E-09	3.50E-09	7.12E-09	4.50E-11
ZDT6	3.02E-11	3.16E-10	3.02E-11	3.02E-11	3.16E-10
DTLZ1	3.02E-11	6.53E-07	3.02E-11	3.02E-11	5.97E-09
DTLZ2	3.02E-11	3.35E-08	3.47E-10	4.08E-11	3.02E-11
DTLZ3	3.02E-11	5.46E-09	5.27E-05	3.02E-11	1.78E-10
DTLZ4	3.02E-11	6.53E-08	1.78E-04	3.52E-07	4.80E-07
DTLZ5	3.02E-11	4.18E-09	3.02E-11	9.92E-11	3.02E-11
DTLZ6	3.02E-11	2.51E-02	5.46E-09	3.02E-11	3.02E-11
DTLZ7	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG1	3.02E-11	3.02E-11	5.87E-04	3.02E-11	3.02E-11
WFG2	3.02E-11	8.99E-11	4.42E-06	3.02E-11	3.02E-11
WFG3	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG4	3.02E-11	3.02E-11	1.55E-09	3.02E-11	3.02E-11
WFG5	3.02E-11	3.40E-01	3.02E-11	3.34E-11	3.02E-11
WFG6	3.02E-11	2.05E-03	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG7	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG8	3.02E-11	1.21E-10	1.08E-02	9.83E-08	3.02E-11

表6 各算法在三目标问题上IGD指标的Wilcoxon检验

Table 6 Wilcoxon test of IGD index of each algorithm on tri-objective problems

函数	MODMO vs MOAGDE	MODMO vs MOJS	MODMO vs SPEA2	MODMO vs MOPSO	MODMO vs MOEA/D
WFG1	3.02E-11	9.26E-09	1.17E-09	3.02E-11	3.02E-11
WFG2	3.02E-11	3.69E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG3	3.02E-11	3.02E-11	1.44E-03	4.31E-08	3.02E-11
WFG4	3.02E-11	8.66E-05	7.38E-10	3.02E-11	3.02E-11
WFG5	3.02E-11	2.02E-08	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG6	3.02E-11	4.22E-04	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG7	3.02E-11	3.16E-10	3.69E-11	3.02E-11	3.02E-11
WFG8	3.02E-11	4.50E-11	3.02E-11	3.02E-11	3.02E-11

由表5所示,MODMO算法均与MOJS、MOAGDE、MOEA/D算法在对应函数上检验数值小于0.05,且数量级较小,因而MODMO算法的收敛性能具有显著的差异性。在DTLZ1函数上,MODMO与SPEA2算法取得显著性差异。在WFG7函数上,MODMO算法与MOPSO算法差异性较小,但在其余19个测试函数上,均具有显著性差异。综上所述,MODMO算法在GD上具有明显的优越性,表明该算法能够获得较好的Pareto最优解,在收敛性方面明显优于其他5种对比算法的解集。

表6为IGD指标检验统计结果。对于WFG函数上所有的测试结果,MODMO的收敛性与分布性均具有显著的优越性,表明MODMO在IGD上取得明显的优异性能,即该算法能够在收敛性与分布性方面明显优于其他5种对比算法的非劣解集。

实验结果表明,MODMO算法能够在求解多目标基准测试函数上提供良好的结果。GD、IGD与SP的统计结果表明MODMO的收敛能力与分布能力突出。MODMO优异的收敛性能与分布性能主要是算法中引入了领导者引导机制,其个体随迭代次数增加,搜索半径逐渐缩小且位置的更新由更逼近真实Pareto前沿的领导者引导,使其加快了个体向Pareto前沿推进的速度;此外,MODMO加入的支配解动态缩减进化策略对外部存档的维护方面具有优势,特别在算法陷入局部最优时,支配解个体的加入将对多目标潜在空间的搜索优势较为明显,使得最优解集的分布性能极大提高。由实验结果可知,MODMO在大部分双目标与三目标问题上均优于其他算法,其原因在于MODMO中的种群个体会根据领导者引导机制改进后的土丘方向及外部存档中的领导者引导以更新位置;同时,支配解动态缩减进化策略通过挖掘Pareto潜在区域^[30]以探索更优的非劣解,使得外部存档的质量显著提高,为下次种群进化产生优异解提供了较大的帮助。根据文献[30]给出的Pareto潜在区域定义,即外部存档内相邻两个非支配解间分割的超区域,而该策略的思想为外部存档加入的支配解个体可能向拥挤距离较大且相邻两个非支配解间的区域进化以产生更优秀的新解,进而对外部存档更新维护。各算法在双目标问题部分函数的近似前沿如图6、图7所示。例如,6种算法在非连续多个Pareto前沿面的WFG2函数上获得的Pareto前端分布,如图7所示。MODMO在真实Pareto前沿面的收敛与分布效果均最佳,虽然MOJS的分布性能可接

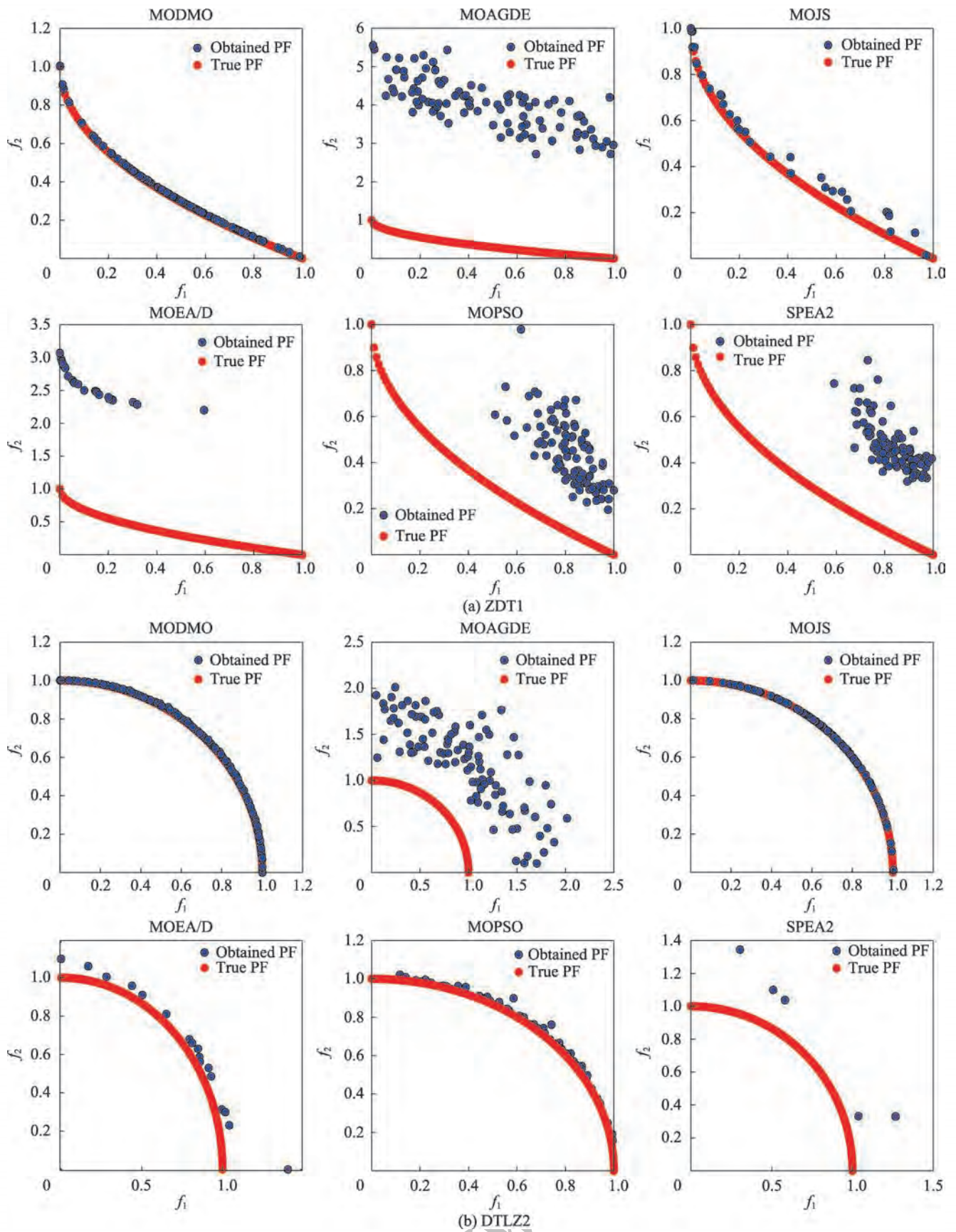


图6 各算法在双目标问题ZDT1、DTLZ2函数的近似前沿

Fig.6 Approximation Pareto frontier obtained by each algorithm for bi-objective problems on ZDT1 and DTLZ2 functions

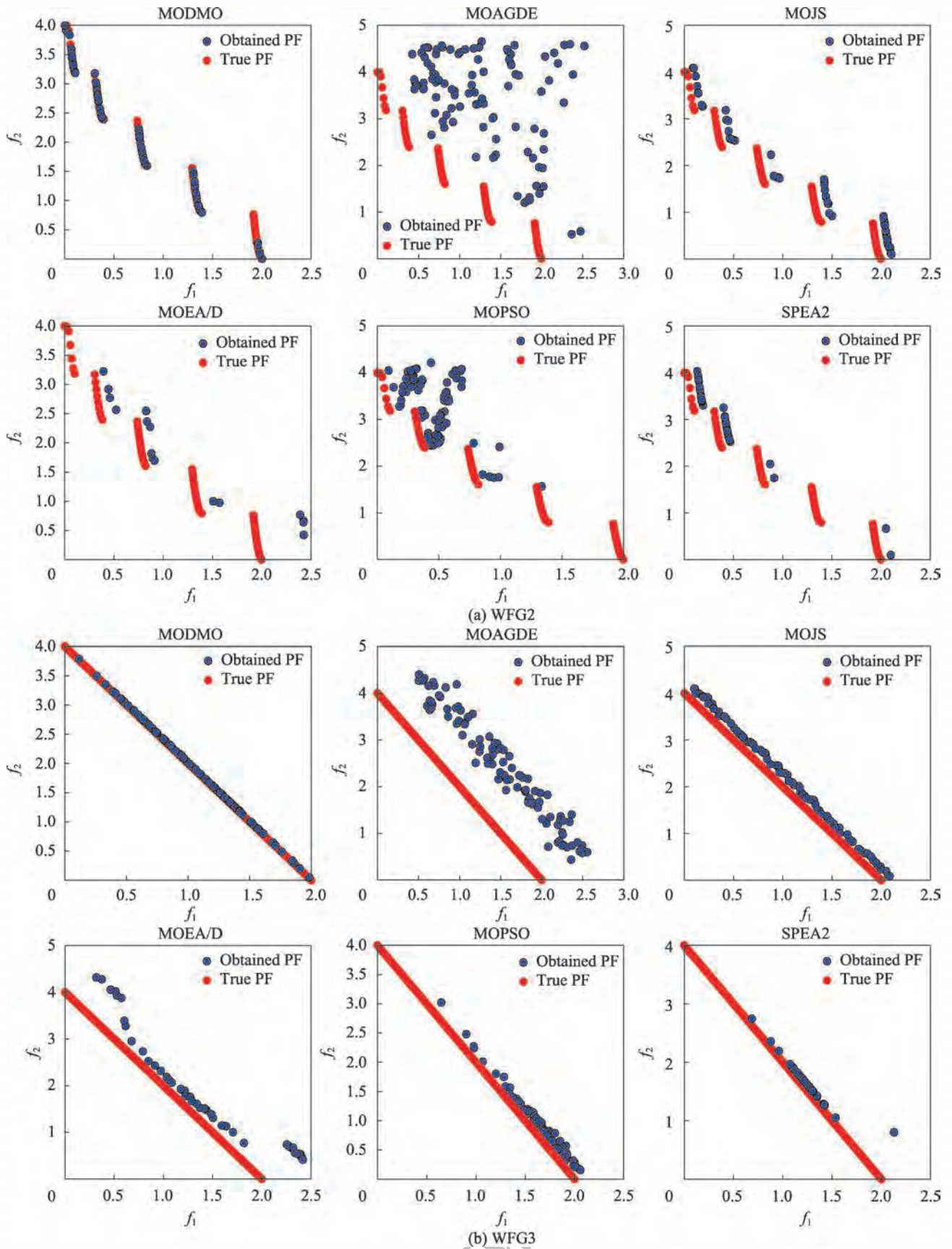


图7 各算法在双目标问题 WFG2、WFG3 函数的近似前沿

Fig.7 Approximation Pareto frontier obtained by each algorithm for bi-objective problems on WFG2 and WFG3 functions

受,但该算法获得的解距离真实 Pareto 前沿面较远,其收敛性较差。由此表明,领导者引导机制与支配解动态缩减进化策略有助于提升所提出算法的收敛性能与分布性能。

3.3 收敛精度分析

为定性地比较各个算法求解 MOPs 的直观效果,图 6~图 8 给出不同算法所获得的近似前沿结果。其中,图 6、图 7 红色的点代表真实前沿,蓝色的点为各个算法获得的近似前沿。图 8 红色的点代表各个算法获得的近似前沿,蓝色的点为真实前沿。

选取凹、凸、非连续性测试函数与其他算法进行比较,以验证 MODMO 算法在不同特征前沿的测试函数上的竞争性优势。在 ZDT1 函数上,结合表 1、表 2 中 GD、SP 指标统计,MODMO 求解的近似前沿在真实 Pareto 前沿取得较好效果,并相较于其他算法更均匀分布。其中,MOAGDE、MOPSO、SPEA2、MOEA/D 算法的解集与真实 Pareto 前沿差距较大,MOJS 算法分布不理想,且其部分解未收敛于真实 Pareto 前沿。DTLZ2 是真实 Pareto 前沿为凸性的函数,MOAGDE 的解集与真实 Pareto 前沿距离较大,MOEA/D 与 SPEA2 的多样性较差。在 WFG2 函数上,MOPSO 在空间中无序分布,MOAGDE、MOEA/D、SPEA2 在部分 Pareto 前沿均匀分布,但整体求解效果均不够理想,MOJS 在收敛性与分布性上次之,可获得的解集

均匀分布,但并未逼近到真实 Pareto 前沿,而 MODMO 算法的分布性与收敛性上均能取得较好效果。相较于其他算法,MODMO 算法求解 WFG3 函数获得的 Pareto 前沿分布性与收敛性较好。图 8 为各算法在三目标问题的 DTLZ2 函数上获得的解集。由图可知,MOAGDE 算法收敛性并不突出,无法收敛到真实 Pareto 前沿面上,MOJS 算法虽然在真实 Pareto 前沿面上有解,但同时存在奇异解,其求解效果不佳。MOPSO、SPEA2 算法的均匀性较差,并未均匀分布于前沿面上。MOEA/D 算法无论在收敛性与分布性上均优于上述算法,但与 MODMO 算法比较,MOEA/D 分布性较差且获得的解集数目较少。由此可知,MODMO 求解测试函数的收敛性与分布性效果较好,表现出良好的求解性能。

图 9、图 10 展示 6 种算法在 ZDT、DTLZ、WFG 系列函数的 GD 与 IGD 性能指标盒图情况。由图 9 结果可见,结合表 1 中统计结果,MODMO 的 GD 均值和标准差均最小,优于其他对比算法。在 WFG2 函数上,MODMO 获得最小的均值与标准差,MOEA/D 算法结果最差,表明对于拥有多个局部最优前沿面的优化问题,MODMO 能获得较好收敛性,并具有很好的鲁棒性。由图 10 可看出,MODMO 均能在函数上获得最小的 IGD 均值与方差,获得结果比其他算法分布更加集中,表明所提算法鲁棒性更强。

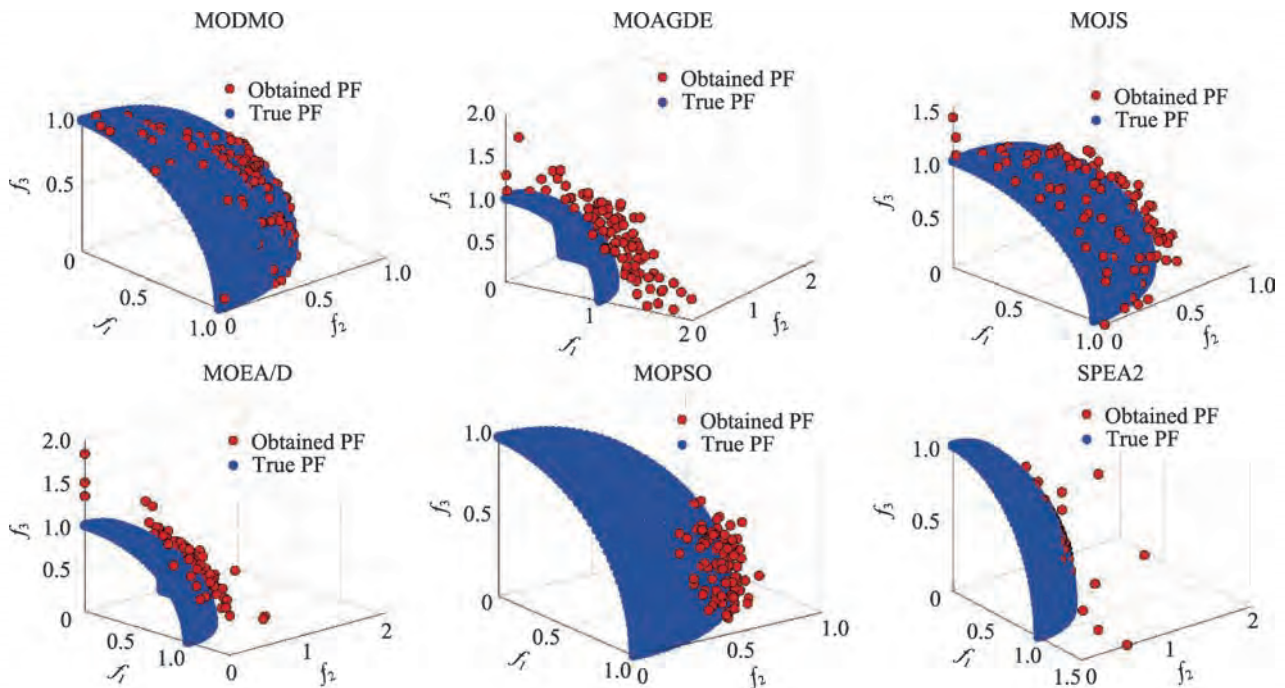


图 8 各算法在 DTLZ2 函数获得的 Pareto 前沿

Fig.8 Pareto frontiers obtained by each algorithm on DTLZ2 function

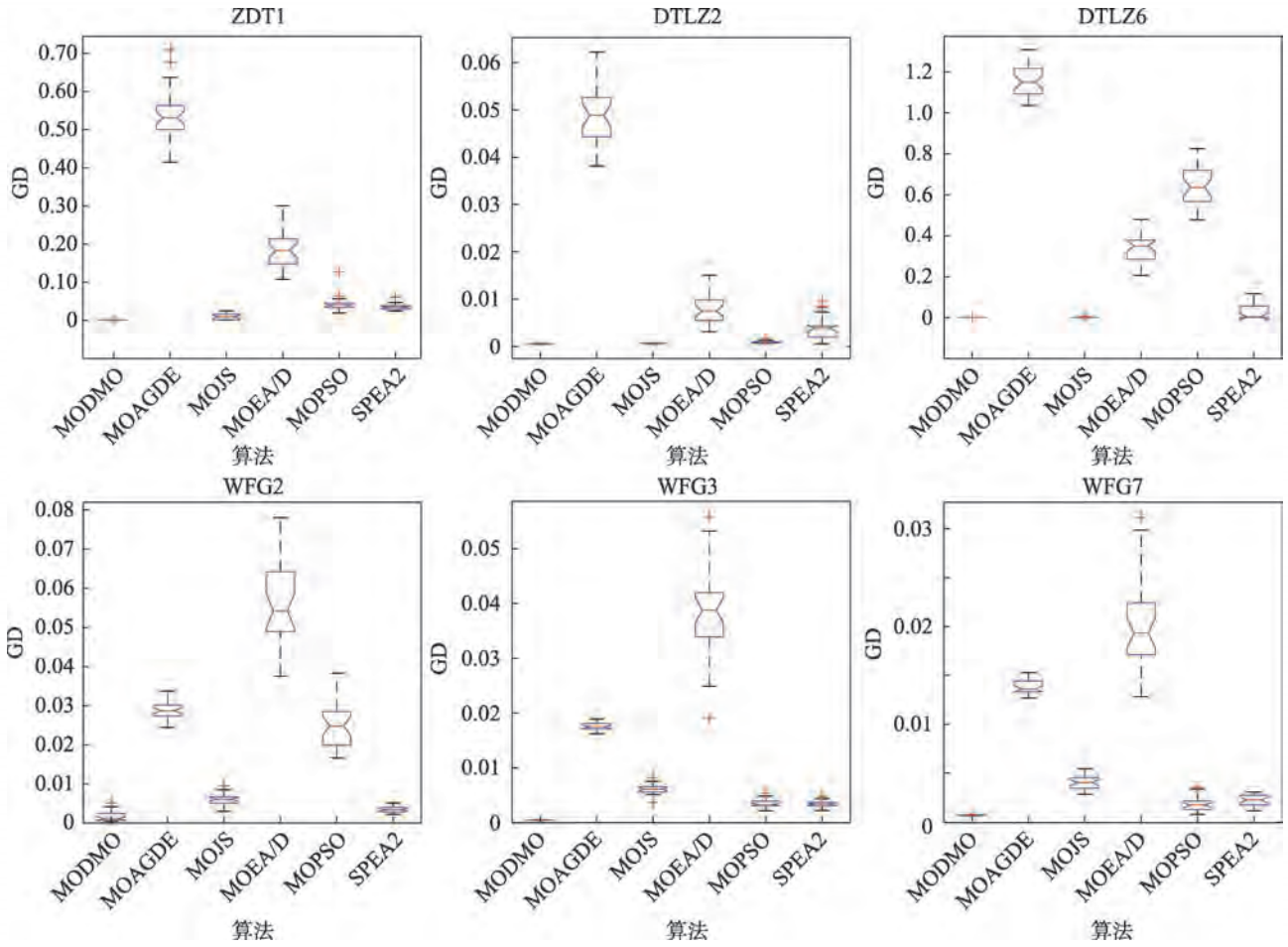


图9 各个算法在双目标问题上的GD盒图

Fig.9 GD box graphs of each algorithm on bi-objective problems

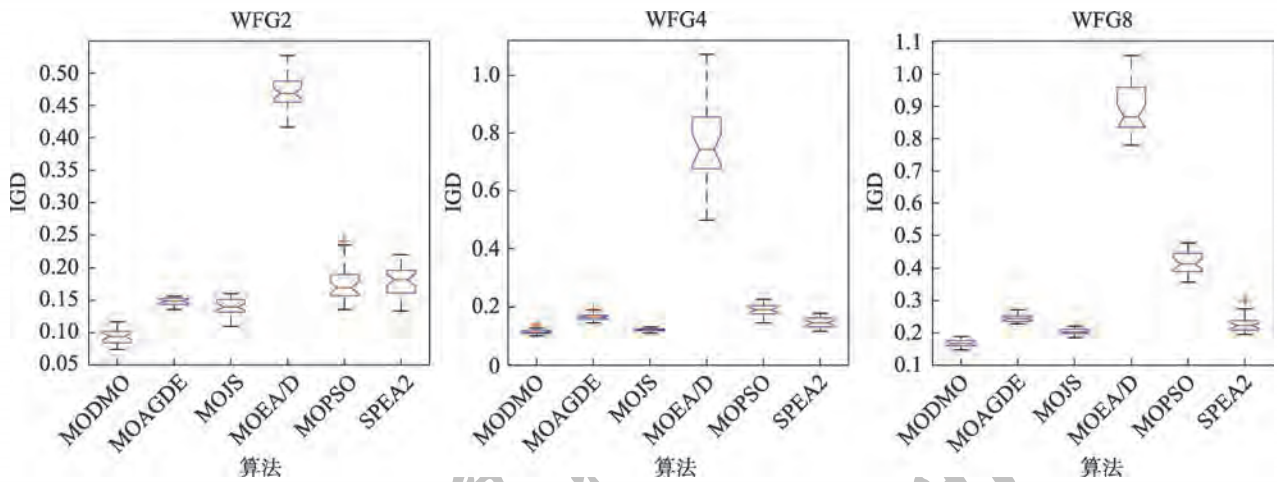


图10 各个算法在三目标问题上的IGD盒图

Fig.10 IGD box graphs of each algorithm on tri-objective problems

3.4 收敛速度分析

为观察MODMO算法的收敛速度,设计双目标ZDT、DTLZ、WFG部分函数与三目标DTLZ2组成测试集合实验。由GD、IGD指标反映算法获得的Pareto

解集与真实Pareto前沿的距离,即收敛能力,因而通过观察算法在迭代过程中GD值的变化,可判断算法收敛速度快慢。图11为MODMO与对比算法在双目标问题GD值以及三目标问题IGD值的变化趋势。

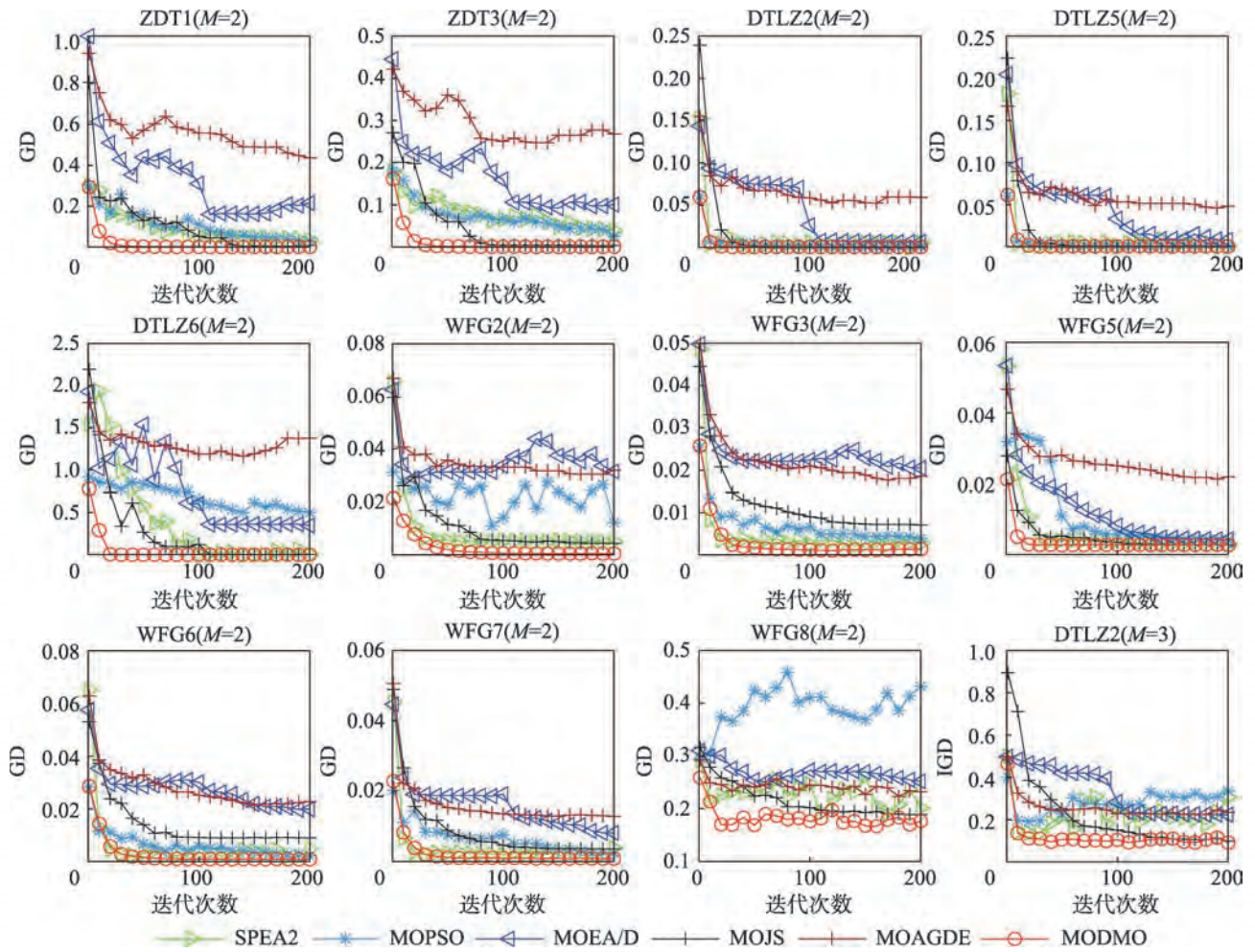


图 11 各算法的收敛速度变化趋势

Fig.11 Changing trend of convergence speed of each algorithm

从图 11 可知 MODMO 的变化曲线在所有函数中下降最快, 最终所取得的值在大部分函数上最小, 表明收敛效果较优。对比算法在不同函数的迭代过程中波动较大, 而 MODMO 一直处于稳定收敛且始终处于良好的寻优状态, 其收敛速度明显优于对比算法。对于 WFG2 函数, MOAGDE 与 MOEA/D 出现波折, 其他算法均能稳定收敛, 而 MODMO 收敛速度显著快于对比算法且在迭代终止时获得最小的 GD 值。对于三目标 DTLZ2 函数, MODMO 前期仍然保持着快速收敛, 并在迭代前中期处于收敛状态, 除 MOEA/D 之外的其余对比算法随着迭代增加均出现不同程度的上升现象, 虽 MOEA/D 在迭代后期的收敛效果与 MODMO 不相上下, 但其收敛速度不及 MODMO。由此可知, 所提 MODMO 算法具有更高的收敛速度, 能获得较稳定且优异的收敛性能。总体而言, MODMO 在兼顾收敛速度的同时保持着较强的寻优能力。

3.5 算法耗时

表 7 给出所有算法在 3 种函数上独立运行 30 次的平均时间。MODMO 在每次选择支配解个体会进行非支配排序, 进而总耗时比 MOAGDE、MOJS 算法略微长, 但在其余对比算法中, MODMO 的总时长仍可接受。因此, MODMO 算法为维护最优解集的分布性与收敛性而出现总耗时稍长的现象。

表 7 独立 30 次实验的平均运行时间

Table 7 Average running time of 30 independent experiments

问题	MODMO	SPEA2	MOPSO	MOJS	MOAGDE	MOEA/D
ZDT1	6.50E+00	1.20E+01	1.8.80E+00	2.34E+00	7.17E-01	3.34E+01
DTLZ2	3.95E+00	1.73E+01	5.36E+01	2.49E+00	6.62E-01	1.45E+01
WFG5	6.40E+00	4.04E+01	1.34E+01	2.27E+00	7.02E-01	1.34E+01

3.6 MODMO改进策略有效性验证

原本的DMO无优化多目标的能力,因而本文加入非支配排序及拥挤距离是为赋予DMO搜索多目标的能力。为验证MODMO中领导者引导机制、支配解动态缩减进化策略的有效性,将未引入两种策略的算法记为DMO,仅引入领导者引导机制的算法记为MODMO-L,仅引入支配解动态缩减进化策略的算法记为MODMO-Z。利用上述的双目标、三目标系列函数进行消融实验,其测试结果如表8、表9所示,各策略的收敛效果如图12所示。实验测试均在10000次评估下验证改进策略的有效性。

由表8可知,MODMO-L、MODMO-Z与MODMO均显著优于DMO。对于三目标WFG函数,单独改进策略及两策略融合的算法均比DMO的SP值优越。由此表明,单独的领导者引导机制与支配解动态缩减进化策略都可增强算法的分布性能及种群的多样性。将两种策略相融合的MODMO算法在20个双目标函数上占优18个,MODMO-L在DTLZ1上排名第一,MODMO-Z在ZDT1上表现最佳,这表明两改进策略的融合均是有效的,其改进策略可进一步增强算法的多样性能。如图12所示,对于凸性Pareto前沿的ZDT6函数,MODMO-Z与MODMO收敛效果最佳且分布均匀,MODMO-L次之。MODMO-L较DMO获得足够优异的最优解,证明引入领导者引导机制可使算法收敛到Pareto前沿附近,领导者引导种群进化保证了算法前期搜索范围的全局性,在算法后期可加速个体向最优解集收敛,提高了解集收敛精度,而MODMO的分布效果更均匀,表明支配解的加入能使算法向多目标潜在搜索空间探索,其最优解集的分布性能更优;在三目标的WFG8函数上,通过与MODMO对比可知,MODMO-L的收敛精度优于DMO,MODMO-Z的分布性优于DMO,MODMO具有良好的表现,其所获得Pareto前沿的收敛效果与分布效果较好,说明两方法融合对增强算法的性能具有较好结果。

鉴于两改进策略融合的MODMO的收敛精度和分布均匀性都优于单一领导者引导机制和支配解动态缩减进化策略与原算法DMO。由此可得,将两种策略进行耦合可有效增强算法的寻优能力。

3.7 领导者引导机制对全局与局部寻优的影响

图13与图14给出了仅采用领导者引导机制的算法MODMO-L,在每次迭代下种群所进行的全局勘探与局部开发的百分比。通过显示领导者引导机

表8 各算法在双目标问题的SP值结果

Table 8 SP value of each algorithm on bi-objective problems

函数	指标	DMO	MODMO-L	MODMO-Z	MODMO
ZDT1	Mean	6.72E-01	1.41E-02	1.15E-02	1.95E-02
	Std	5.15E-02	4.90E-03	2.33E-03	7.36E-03
ZDT2	Mean	7.33E-01	1.53E-03	1.06E-02	1.42E-06
	Std	1.12E-01	4.23E-03	5.22E-03	1.66E-06
ZDT3	Mean	9.87E-01	1.49E-02	6.87E-03	4.30E-03
	Std	1.30E-01	1.80E-02	1.65E-02	1.89E-03
ZDT4	Mean	8.55E-01	1.77E-02	1.48E-02	8.83E-03
	Std	1.23E-01	4.03E-02	8.95E-03	2.57E-02
ZDT6	Mean	1.36E+00	1.10E-02	5.34E-02	1.09E-02
	Std	2.23E-01	1.24E-02	9.44E-02	1.41E-02
DTLZ1	Mean	9.62E-01	4.03E-01	1.67E+00	2.56E+00
	Std	1.39E-01	3.25E-01	1.21E+00	4.76E+00
DTLZ2	Mean	7.29E-01	1.76E-02	1.57E-02	1.56E-02
	Std	4.61E-02	5.29E-03	4.11E-03	4.15E-03
DTLZ3	Mean	4.63E+00	4.45E+00	7.76E+00	1.54E+00
	Std	5.02E+00	1.29E+01	5.61E+00	1.59E+01
DTLZ4	Mean	7.82E-01	5.31E-02	7.80E-01	5.25E-02
	Std	9.90E-02	7.21E-02	1.02E-01	4.24E-02
DTLZ5	Mean	7.32E-01	1.70E-02	1.64E-02	1.61E-02
	Std	4.64E-02	5.61E-03	4.46E-03	4.38E-03
DTLZ6	Mean	9.45E-01	2.22E-02	1.29E-02	1.19E-02
	Std	6.81E-02	1.92E-02	1.93E-03	2.09E-03
DTLZ7	Mean	9.82E-01	4.92E-03	6.20E-02	2.46E-03
	Std	8.26E-02	7.80E-03	1.63E-01	4.18E-03
WFG1	Mean	1.18E+00	1.07E-01	4.25E-02	3.22E-02
	Std	6.68E-02	1.38E-01	7.10E-02	1.02E-02
WFG2	Mean	1.01E+00	4.45E-02	9.67E-01	4.32E-02
	Std	4.10E-02	3.47E-02	4.50E-02	1.79E-02
WFG3	Mean	5.93E-01	4.06E-02	5.92E-01	3.69E-02
	Std	4.35E-02	1.18E-02	4.32E-02	7.67E-03
WFG4	Mean	6.71E-01	6.45E-02	6.20E-02	6.11E-02
	Std	3.78E-02	1.97E-02	2.05E-02	1.80E-02
WFG5	Mean	7.38E-01	4.36E-02	7.40E-01	3.63E-02
	Std	4.45E-02	1.55E-02	5.05E-02	1.10E-02
WFG6	Mean	7.01E-01	5.24E-02	5.15E-02	5.11E-02
	Std	4.27E-02	2.21E-02	1.82E-02	2.10E-02
WFG7	Mean	7.24E-01	5.82E-02	5.40E-02	5.33E-02
	Std	4.03E-02	2.08E-02	1.84E-02	1.52E-02
WFG8	Mean	7.47E-01	7.03E-02	7.44E-01	5.61E-02
	Std	5.46E-02	2.41E-02	6.11E-02	1.52E-02
+/-/=		19/1/0	18/2/0	18/2/0	

表9 各算法在三目标问题的SP值结果

Table 9 SP value of each algorithm on tri-objective problems

问题	指标	DMO	MODMO-L	MODMO-Z	MODMO
WFG1	Mean	1.45E-01	4.47E-02	4.41E-02	3.97E-02
	Std	1.51E-03	9.28E-04	8.59E-04	6.95E-04
WFG2	Mean	3.06E-02	9.67E-03	3.02E-02	8.95E-03
	Std	6.76E-03	1.94E-03	6.26E-03	1.98E-03
WFG3	Mean	1.31E-01	2.87E-03	1.11E-01	8.85E-02
	Std	4.55E-03	3.74E-03	7.21E-03	3.48E-03
WFG4	Mean	3.81E-02	8.58E-03	1.09E-02	8.46E-03
	Std	2.26E-03	2.65E-04	7.66E-04	2.72E-04
WFG5	Mean	2.96E-02	9.22E-03	8.17E-03	7.50E-03
	Std	1.13E-03	5.35E-04	6.61E-04	3.06E-04
WFG6	Mean	4.45E-02	9.03E-02	1.32E-02	1.24E-02
	Std	2.23E-03	5.78E-04	7.23E-04	8.26E-04
WFG7	Mean	4.64E-02	9.09E-03	1.35E-02	8.92E-03
	Std	2.31E-03	4.15E-04	7.15E-04	4.33E-04
WFG8	Mean	5.53E-02	1.40E-02	1.74E-02	1.40E-02
	Std	1.98E-03	7.06E-04	1.18E-03	6.95E-04
+/-/=		8/0/0	7/0/1	8/0/0	

制在搜索空间中勘探和开发比率,以此探讨领导者引导机制对全局勘探与局部开发的寻优能力^[31]。在迭代初期,该机制全局勘探的百分比较高,这表明领导者引导机制有效地使算法在初期进行全局勘探,随着迭代次数的增加,由勘探阶段逐渐转化为局部开发,因而全局勘探百分比在整个迭代过程中呈逐渐下降趋势,局部开发百分比逐渐升高;在迭代后期,算法主要以局部开发为主,其开发比率较大。全局勘探与局部开发比率呈交换状态,这缘于领导者引导机制中领导者带领个体朝 Pareto 前沿推进且动态权衡因子对迭代初期的全局探索与迭代后期的局部开发起着重要作用。如 WFG5 函数上,算法初期的全局勘探百分比较高,这使其算法充分勘探搜索空间,进入后期算法的局部开发能力增强,表明领导者机制在整个迭代过程使算法在勘探与开发之间保持着平衡,具有提高种群多样性的作用。因此,领导者引导机制能有效平衡算法全局勘探与局部开发,从而提高算法的寻优能力。

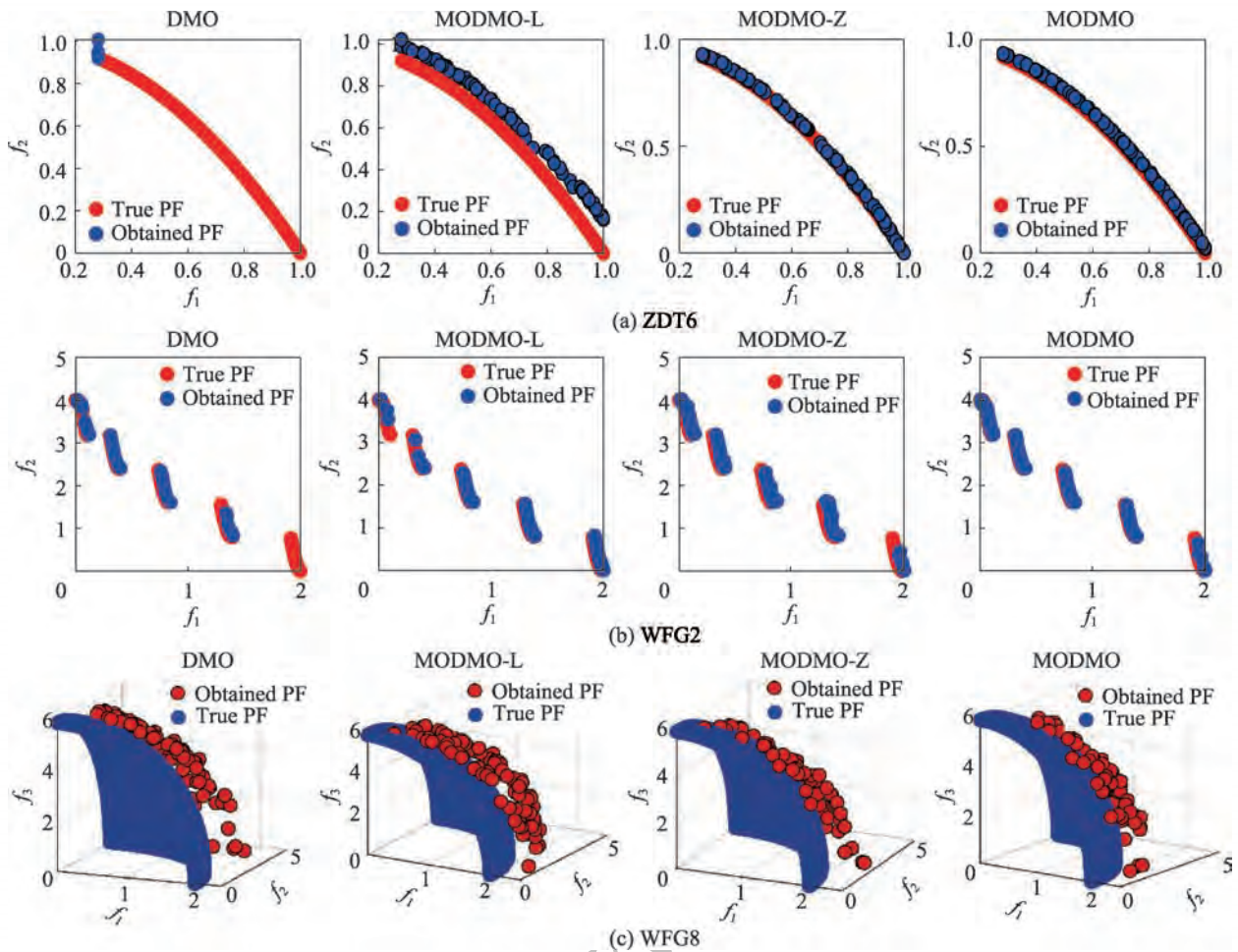


图12 各策略获得的 Pareto 前沿

Fig.12 Pareto frontiers obtained by each strategy

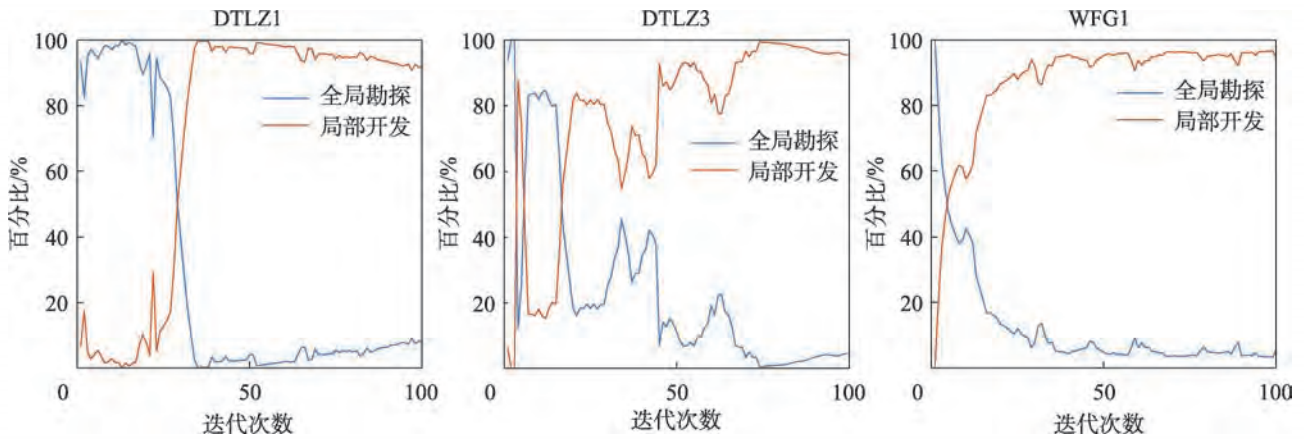


图13 双目标问题全局与局部百分比

Fig.13 Global and local survey percentage of bi-objective problems

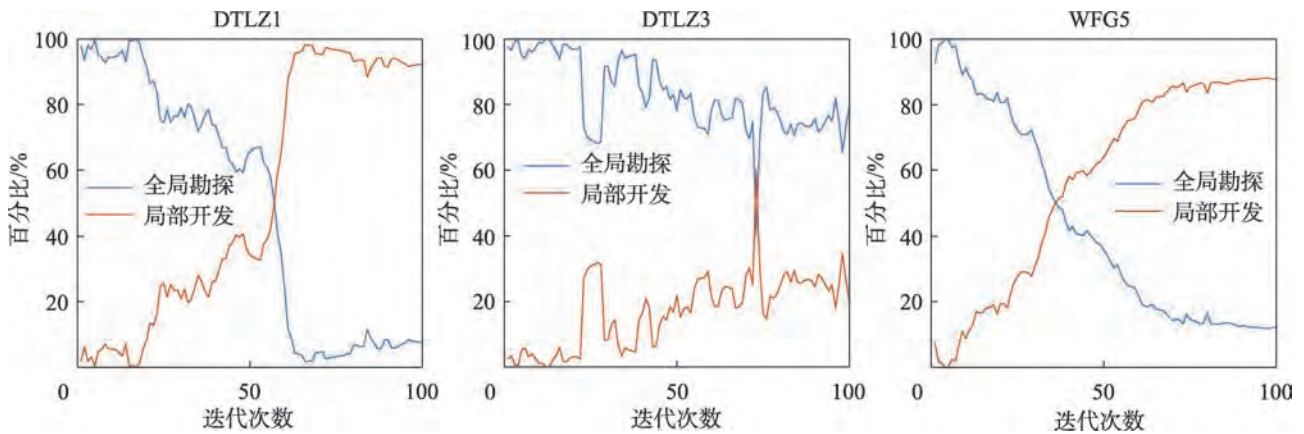


图14 三目标问题全局与局部百分比

Fig.14 Global and local survey percentage of tri-objective problems

3.8 领导者引导机制对算法的影响

将仅含领导者引导机制 MODMO-L、赋予多目标能力的 DMO、仅含支配解动态缩减进化策略 MODMO-Z 及融合两改进策略 MODMO 的勘探与开发比率进行对比,以分析领导者引导机制是否对算法的勘探与开发占据主导作用。如图 15 所示,DMO 在最终迭代下获得的勘探与开发比率效果最差,而两改进策略的比率均优于 DMO,表明两改进策略平衡算法的勘探与开发均显著有效。MODMO 相较于 MODMO-L、MODMO-Z,其勘探与开发比率最高,即最终获得的开发百分比趋近于 1。MODMO-L 与 MODMO-Z 的百分比进行对比可知,MODMO-L 在初始迭代的全局勘探百分比更优,最终迭代的局部开发百分比均高于 MODMO-Z,表明领导者引导机制平衡算法勘探与开发的能力更强。综上可知,两改进策略融合能有效提高算法平衡勘探与局部开发能力,结合 3.7 节分析可得领导者引导机制对算法起着主导作用。

由上述分析可知,领导者引导机制平衡算法的勘探与开发起着主导作用,即勘探阶段,土丘方向的不同使种群个体进化方向不同,且动态权衡因子步长较大,种群个体在领导者的引导下有助于提高种群多样性;在开发阶段,该机制的动态权衡因子步长较小,进而在极小领域附近搜索以期获得更优解。由于每次迭代的勘探与开发比率可作为算法获得解的多样性度量,因而将通过各策略的勘探与开发比率以分析领导者引导机制对种群多样性的提升作用。如图 15 中的三目标 DTLZ1 函数,原始 DMO 前期全局百分比差且后期开发百分比低,而单独加入领导者引导机制的 MODMO-L 前期获得较高的勘探百分比,后期开发百分比高,反映了领导者引导机制对提升算法种群多样性具有较好的效果。由此可知,该机制对勘探阶段与开发阶段搜索范围的变化以及迭代过程中种群个体进化方向的不同,能有效增强算法的种群多样性。

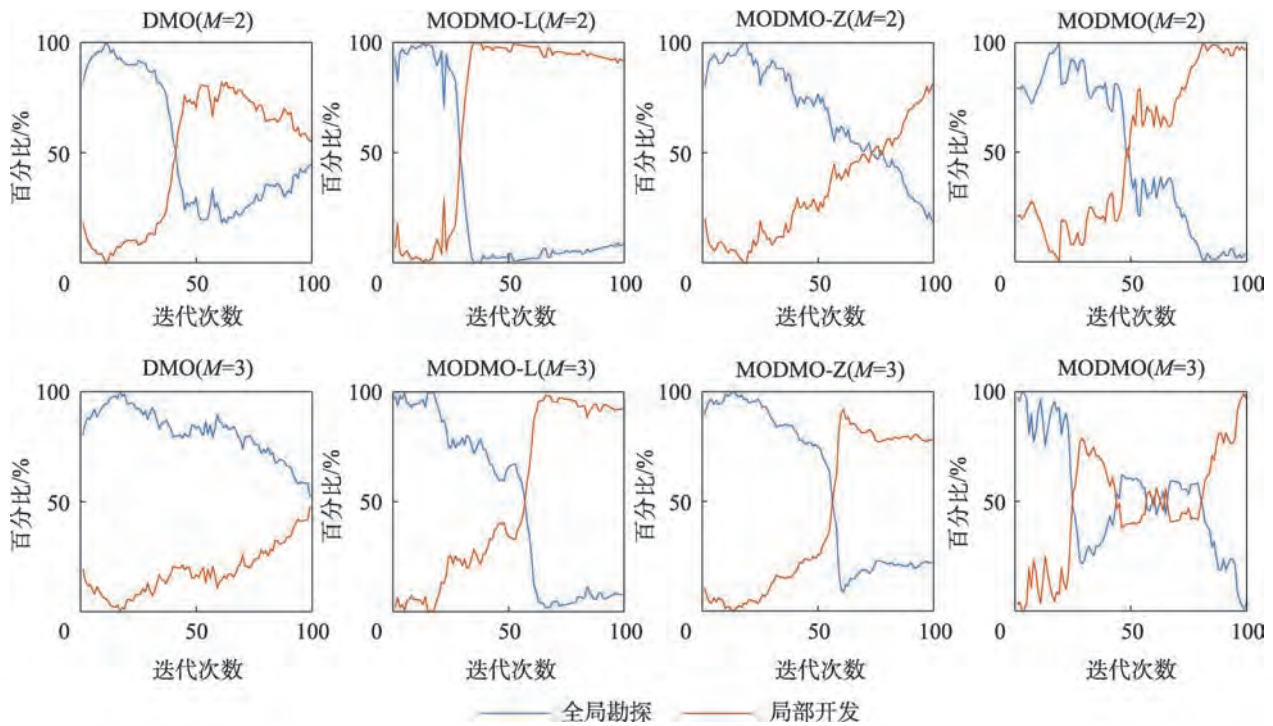


图15 各策略在DTLZ1函数全局与局部百分比

Fig.15 Global and local survey percentage of each strategy on DTLZ1 function

4 结束语

为增加多目标优化问题的求解思路,在DMO的基础上提出一种基于领导者引导与支配解动态缩减进化的多目标矮猫鼬优化算法(MODMO)。领导者引导机制是根据侦察猫鼬在搜索空间开发的特点并利用外部存档解个体信息而被改进提出,以增强算法收敛性能。支配解动态缩减进化策略是基于外部存档非劣解的剔除与支配解的加入而被构建,以维护算法的多样性能。在双目标/三目标的ZDT、DTLZ与WFG系列基准测试函数上,与MOPSO、SPEA2、MOJS、MOAGDE、MOEA/D算法进行对比分析,实验结果表明,MODMO算法整体上优于5种对比算法,即MODMO算法相对于其他5种算法更能逼近真实Pareto前沿并提供较好的解决方案,表现出较优性能,可作为解决MOPs的信赖替代方法。未来工作中,MODMO算法可用于解决现实中具有挑战的多目标问题,例如流体动力学方面等,还可用于机器学习如特征选择、参数优化等。

参考文献:

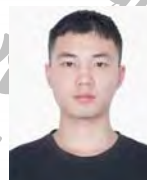
- [1] DENG W, ZHANG X, ZHOU Y, et al. An enhanced fast non-dominated solution sorting genetic algorithm for multiobjective problems[J]. *Information Sciences*, 2022, 585: 441-453.
- [2] LI J, WANG P, DONG H, et al. A classification surrogate-assisted multi-objective evolutionary algorithm for expensive optimization[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2022, 242: 108416.
- [3] XU X, FU S, LI W, et al. Multi-objective data placement for workflow management in cloud infrastructure using NSGA-II[J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2020, 4(5): 605-615.
- [4] COELLO C A C, PULIDO G T, LECHUGA M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 256-279.
- [5] ZITZLER E, LAUMANN M, THIELE L. SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm[J]. *TIK-Report*, 2001, 103.
- [6] ZHANG Q, LI H. MOEA/D: a multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2007, 11(6): 712-731.
- [7] 韩红桂, 卢薇, 乔俊飞. 一种基于多样性信息和收敛度的多目标粒子群优化算法[J]. *电子学报*, 2018, 46(2): 315-324.
- [8] HAN H G, LU W, QIAO J F. A multiobjective particle swarm optimization algorithm based on the diversity information and convergence degree[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2018, 46(2): 315-324.
- [9] 黄辉先, 胡拚, 丁灿, 等. 进化信息引导的烟花差分混合多目标算法[J]. *计算机科学与探索*, 2019, 13(3): 481-493.
- [10] HUANG H X, HU P, DING C, et al. Fireworks and differential hybrid multi-objective algorithm guided by evolutionary information[J]. *Journal of Frontiers of Computer Science and Technology*, 2019, 13(3): 481-493.
- [11] 沈艳霞, 陈杰, 吴定会. 一种基于进化知识融合的多目标人工蜂群算法[J]. *控制与决策*, 2017, 32(12): 2176-2182.

- SHEN Y X, CHEN J, WU D H. A multi-objective artificial bee colony based on evolutionary knowledge integrated[J]. *Control and Decision*, 2017, 32(12): 2176-2182.
- [10] 刘双双, 黄宜庆. 多策略蚁群算法在机器人路径规划中的应用[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(6): 278-286.
- LIU S S, HUANG Y Q. Application of multi-strategy ant colony algorithm in robot path planning[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(6): 278-286.
- [11] 蔡雨希, 何英杰, 陈涛, 等. 基于粒子群的三电平并网逆变器 LCL 滤波参数的高效精确设计方法[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(20): 6663-6674.
- CAI Y X, HE Y J, CHEN T, et al. Efficient and accurate design method of LCL filter for three-level grid-connected inverter based on particle swarm optimization[J]. *Chinese Journal of Electrical Engineering*, 2020, 40(20): 6663-6674.
- [12] WHITLEY D. A genetic algorithm tutorial[J]. *Statistics and Computing*, 1994, 4(2): 65-85.
- [13] POLI R, KENNEDY J, BLACKWELL T. Particle swarm optimization[J]. *Swarm Intelligence*, 2007, 1(1): 33-57.
- [14] DORIGO M, BIRATTARI M, STUTZLE T. Ant colony optimization[J]. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, 2006, 1(4): 28-39.
- [15] MIRJALILI S, GANDOMI A H, MIRJALILI S Z, et al. Salp swarm algorithm: a bio-inspired optimizer for engineering design problems[J]. *Advances in Engineering Software*, 2017, 114: 163-191.
- [16] MIRJALILI S. SCA: a sine cosine algorithm for solving optimization problems[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 96: 120-133.
- [17] 安家乐, 刘晓楠, 何明, 等. 量子群智能优化算法综述[J]. *计算机工程与应用*, 2022, 58(7): 31-42.
- AN J L, LIU X N, HE M, et al. Survey of quantum swarm intelligence optimization algorithm[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2022, 58(7): 31-42.
- [18] JANGIR P, BUCH H, MIRJALILI S, et al. MOMPA: multi-objective marine predator algorithm for solving multi-objective optimization problems[J]. *Evolutionary Intelligence*, 2023, 16(1): 169-195.
- [19] CHOU J S, TRUONG D N. Multi-objective optimization inspired by behavior of jellyfish for solving structural design problems[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2020, 135: 109738.
- [20] MIRJALILI S, SAREMI S, MIRJALILI S M, et al. Multi-objective grey wolf optimizer: a novel algorithm for multi-criterion optimization[J]. *Expert Systems with Applications*, 2016, 47: 106-119.
- [21] DHIMAN G, KUMAR V. Multi-objective spotted hyena optimizer: a multi-objective optimization algorithm for engineering problems[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2018, 150: 175-197.
- [22] KOPPEN M, WOLPERT D H, MACREARY W G. Remarks on a recent paper on the “no free lunch” theorems[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2001, 5(3): 295-296.
- [23] AGUSHAKA J O, EZUGWU A E, ABUALIGAH L. Dwarf mongoose optimization algorithm[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2022, 391: 114570.
- [24] AKINOLA O A, AGUSHAKA J O, EZUGWU A E. Binary dwarf mongoose optimizer for solving high-dimensional feature selection problems[J]. *PLoS One*, 2022, 17(10): e0274850.
- [25] ALDOSARI F, ABUALIGAH L, ALMOTAIRI K H. A normal distributed dwarf mongoose optimization algorithm for global optimization and data clustering applications[J]. *Symmetry*, 2022, 14(5): 1021.
- [26] 张孟健, 龙道银, 王霄, 等. 基于马尔科夫链的灰狼优化算法收敛性研究[J]. *电子学报*, 2020, 48(8): 1587-1595.
- ZHANG M J, LONG D Y, WANG X, et al. Research on convergence of grey wolf optimization algorithm based on Markov chain[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2020, 48(8): 1587-1595.
- [27] ZHANG S, REN Z, LI C, et al. A perturbation adaptive pursuit strategy based hyper-heuristic for multi-objective optimization problems[J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2020, 54: 100647.
- [28] SANDOVAL C, CUATE O, GONZALEZ L C, et al. Towards fast approximations for the hypervolume indicator for multi-objective optimization problems by genetic programming[J]. *Applied Soft Computing*, 2022, 125: 109103.
- [29] DUMAN S, AKBEL M, KAHRAMAN H T. Development of the multi-objective adaptive guided differential evolution and optimization of the MO-ACOPF for wind/PV/tidal energy sources[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 112: 107814.
- [30] HALLAM N, BLANCHFIELD P, KENDALL G. Handling diversity in evolutionary multi objective optimization[C]// *Proceedings of the 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway: IEEE, 2005: 2233-2240.
- [31] HUSSAIN K, SALLEH M N M, CHENG S, et al. On the exploration and exploitation in popular swarm-based meta-heuristic algorithms[J]. *Neural Computing and Applications*, 2019, 31(11): 7665-7683.



赵世杰 (1987—), 男, 山东五莲人, 博士, 副教授, 博士生导师, CCF 专业会员, 主要研究方向为智能优化与计算、机器学习与数据解析、水下导航与定位等。

ZHAO Shijie, born in 1987, Ph.D., associate professor, Ph.D. supervisor, CCF professional member. His research interests include intelligent optimization and computation, machine learning and data analytics, underwater navigation and positioning, etc.



张红易 (1997—), 男, 贵州遵义人, 硕士研究生, CCF 学生会会员, 主要研究方向为多目标智能优化。

ZHANG Hongyi, born in 1997, M.S. candidate, CCF student member. His research interest is multi-objective intelligent optimization.



马世林 (1997—), 男, 陕西安康人, 硕士研究生, CCF 学生会会员, 主要研究方向为多目标优化与智能计算、数据分析与挖掘等。

MA Shilin, born in 1997, M.S. candidate, CCF student member. His research interests include multi-objective optimization and intelligent computation, data analysis and mining, etc.