

不完备异构冲突信息系统中的极大一致联盟区间集族

罗珺方^{1,2+}, 张 硕¹, 胡梦君^{3,4}

1. 西南财经大学 计算机与人工智能学院, 成都 611130

2. 西南财经大学 新财经综合实验室, 成都 611130

3. 圣玛丽大学 数学与计算科学系, 加拿大 哈利法克斯 B3H 3C3

4. 湖南科技大学 数学与计算科学学院, 湖南 岳阳 414015

+ 通信作者 E-mail: luojf@swufe.edu.cn

摘要: 作为处理不确定性问题的有效工具, 三支决策已被广泛应用于冲突分析研究中。然而, 现有的三支冲突分析模型大多基于单一类型的冲突信息系统, 难以应对实际应用中代理对议题具有多类型评价值和缺失值的情况。同时, 已有联盟集的定义通常基于给定代理, 即联盟集中的代理与给定代理具有联盟关系, 但不一定两两联盟。为了解决这些问题, 构建了基于不完备异构冲突信息系统的三支冲突分析模型, 并提出了代理两两相关的极大一致联盟区间集族的定义及其构造算法。首先, 通过定义代理不同类型评价值的支持度和反对度, 将对单个议题单维度多类型评价值的不完备异构冲突信息系统转化为双维度同类型评价值的二维模糊不完备冲突信息系统。其次, 通过定义代理之间的乐观与悲观距离函数, 构造了基于代理的联盟、冲突、中立区间集。最后, 定义了极大一致联盟区间集族, 并利用极大团的枚举算法获取极大一致联盟区间集族。

关键词: 三支决策; 冲突分析; 不完备异构信息系统; 极大团; 极大一致联盟区间集族

文献标志码: A **中图分类号:** TP18

Family of Maximal Consistent Alliance Interval Sets in Incomplete Heterogeneous Conflict Information System

LUO Junfang^{1,2+}, ZHANG Shuo¹, HU Mengjun^{3,4}

1. School of Computing and Artificial Intelligence, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China

2. The Complex Laboratory of New Finance and Economics, Southwestern University of Finance and Economics, Chengdu 611130, China

3. Department of Mathematics and Computing Science, Saint Mary's University, Halifax B3H 3C3, Canada

4. School of Mathematics and Computational Science, Hunan University of Science and Technology, Yueyang, Hunan 414015, China

Abstract: As effective tools for dealing with uncertainty, three-way decision models have been widely applied in the study of conflict analysis. However, existing three-way conflict analysis models are mostly based on single-type

基金项目: 国家自然科学基金(62206228, 62076040, 61976130, 62276217); 教育部人文社会科学研究基金(21YJC630092); 国家留学基金(202206985004)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (62206228, 62076040, 61976130, 62276217), the Project of Humanities and Social Sciences of Ministry of Education of China (21YJC630092), and the Foundation of China Scholarship Council (202206985004).

收稿日期: 2023-05-22 **修回日期:** 2023-08-14

conflict information systems, which fail to address the challenges of practical situations where agents may have missing or multiple types of ratings. Furthermore, the existing definitions of alliance sets are typically based on a given agent. Particularly, agents in an alliance set are allied to the given agent, but they are not necessarily allied with each other. To address these issues, this paper proposes a three-way conflict analysis model in an incomplete heterogeneous conflict information system. Additionally, this paper presents the definition and algorithm of a family of maximal consistent alliance interval sets, where agents are allied with each other. Firstly, the incomplete heterogeneous conflict information system with single-dimensional multi-type ratings is transformed into a two-dimensional fuzzy incomplete conflict information system with two-dimensional single-type ratings. This is achieved by defining the support and opposition degrees for different rating types of agents. Secondly, the agent-based alliance, conflict, and neutral interval sets using optimistic and pessimistic distance functions between agents are defined. Finally, a family of maximal consistent alliance interval sets is defined and obtained by adopting the algorithm of maximal clique enumeration.

Key words: three-way decision; conflict analysis; incomplete heterogeneous information system; maximal clique; family of maximal consistent alliance interval sets

当不同代理在某些议题上持不同态度或评价时,就会导致冲突问题。为了探究和解决冲突问题, Pawlak^[1-2]提出基于粗糙集的冲突分析模型,并定义具有支持、反对、中立评价的三值信息系统。基于三值信息系统,不同的冲突分析模型被广泛研究^[3-6]。由于冲突分析模型中涉及代理集、代理关系、议题集的划分,自然将冲突分析与三支决策的思想联系起来,由此引出三支冲突分析模型的相关研究^[7-14]。Lang等^[7]基于决策粗糙集和三支决策,提出了三支冲突分析概率模型。Fan等^[8]基于形式概念分析建立了三支冲突分析的定量模型。Sun等^[9]基于双论域,通过上、下近似集研究代理集和议题集的三分,并提出了共识中立策略和共识分歧策略。Sun等^[10]基于双论域的概率粗糙集模型,提出了一种改进的三支冲突分析模型。Yao^[11]重构和拓展了Pawlak冲突分析模型,定义了更为通用的三支冲突分析模型。Zhi等^[13]基于三支概念格讨论了一票否决下的冲突分析。智慧来等^[14]对冲突分析的理论、方法和现有问题进行了总结和梳理。

在实际应用中,代理可能无法对议题给出精确的评价,从而出现不确定性信息。为了解决此类问题,一些学者已经探讨了模糊信息系统和不完备信息系统的三支冲突分析模型^[15-27]。基于模糊信息系统,Lang等^[15]将支持、反对、中立的评价值扩展到毕达哥拉斯模糊数,建立了基于毕达哥拉斯模糊集的三支冲突分析模型;Li等^[16]构建了基于三角模糊集的三支冲突分析模型;Yi等^[17]基于犹豫模糊信息系统

研究三支冲突分析模型;Bashir等^[18]将三值推广到多值信息系统,探究了模糊三支冲突分析模型;Yang等^[21]在涵盖了常见模糊评价类型的混合态势信息系统中构建三支冲突分析模型;Zhi等^[24]基于模糊形式背景提出了多层次冲突分析模型。针对不完备信息系统,Suo等^[25]分别基于不完备信息系统、不完备多值信息系统、不完备区间值信息系统,构建了三支冲突分析模型。杨文昕等^[26]研究了缺失值的可能取值集合,通过定义代理之间的相似度,探究了不完备信息系统中的三支冲突分析模型。

联盟集是由具有相似评价和利益的代理组成,通过形成联盟集,代理可以合作解决冲突问题。已有的联盟集定义大多是基于一个给定代理,即,一个给定代理的联盟集中的代理都与该代理具有联盟关系,但是联盟集内的代理之间可能并不两两联盟。为了解决该问题,一些文献提出了极大一致联盟集^[16,27]的概念,即,联盟集中任意两个代理都满足联盟关系。

然而,现有的三支冲突分析模型中缺乏考虑代理对同一或不同议题具有不同类型评价值的异构信息系统。同时,在处理缺失值时,已有的文献常常忽略了其所有可能取值,从而导致部分有用信息丢失。此外,现有极大一致联盟集的定义仅适用于三值信息系统,并缺乏相应的算法研究。因此本文基于不完备异构冲突信息系统构建三支冲突分析模型,并提出极大一致联盟区间集族的定义及构造算法。

本文研究成果包括:(1)基于不完备异构信息系统构建三支冲突分析模型。具体地,将不完备异构

冲突信息系统转化为二维模糊不完备冲突信息系统,并通过定义代理之间的乐观与悲观距离函数,构造基于代理的联盟、冲突、中立区间集。(2)基于不完备异构信息系统提出极大一致联盟区间集族的定义及构造算法。具体地,基于乐观与悲观联盟关系,定义代理两两联盟的极大一致联盟区间集族,并利用枚举极大团的算法获取极大一致联盟区间集族。

1 相关工作

为了研究和解决冲突问题,Pawlak^[1-2]基于粗糙集理论提出了冲突分析模型,并通过三值信息系统描述代理对议题的支持、中立、否定评价。

定义 1^[2] 设四元组 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统, A 是有限非空代理集, I 是有限非空议题集, $V_r=\{+1,-1,0\}$ 是代理对议题的评价值集合, $r:A \times I \rightarrow V_r$ 是冲突评价函数。若 $r(x,i)=+1$,则表示代理 x 对议题 i 评价为支持;若 $r(x,i)=-1$,则 x 对 i 的评价是反对;若 $r(x,i)=0$,则 x 对 i 的评价是中立。

为了探究代理之间的关系,Pawlak进一步引出辅助函数的定义,用于描述代理之间基于单个议题的联盟、冲突、中立关系。

定义 2^[2] 设 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统,基于单个议题 $i \in I$ 的辅助函数 $\Phi_i:A \times I \rightarrow \{+1,-1,0\}$ 定义如下:对于任意的代理 $x,y \in A$,

$$\Phi_i(x,y) = \begin{cases} +1, & r(x,i) \cdot r(y,i) = 1 \vee x=y \\ 0, & r(x,i) \cdot r(y,i) = 0 \wedge x \neq y \\ -1, & r(x,i) \cdot r(y,i) = -1 \end{cases} \quad (1)$$

对两个不同的代理 x 和 y ,当 $\Phi_i(x,y)=+1$ 时, x 与 y 关于议题 i 持有相同非中立的评价值,则 x 与 y 关于议题 i 为联盟关系;当 $\Phi_i(x,y)=-1$ 时, x 与 y 关于议题 i 持有相反评价值,则 x 与 y 关于议题 i 为冲突关系;当 $\Phi_i(x,y)=0$ 时, x 与 y 关于议题 i 至少有一个持中立评价(即它们关于议题 i 既不具有相同非中立评价也不具有相反评价),则 x 与 y 关于议题 i 为中立关系。此外,若 x 和 y 为同一代理,则 x 与 y 为联盟关系。

基于上述辅助函数,Pawlak^[2]引入代理之间基于议题集的距离函数,用于描述关于议题集代理之间的关系。

定义 3^[2] 设 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统,给定议题子集 $J \subseteq I$,基于 J 的距离函数 $dis_J^p:A \times A \rightarrow [0,1]$ 定义如下:对于任意的代理 $x,y \in A$,

$$dis_J^p(x,y) = \frac{\sum_{i \in J} \frac{1 - \Phi_i(x,y)}{2}}{\|J\|} \quad (2)$$

其中, $\|J\|$ 表示议题集 J 的基数。

Yao^[11]通过研究冲突的语义解释,改进了Pawlak的距离函数。

定义 4^[11] 设 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统,给定议题子集 $J \subseteq I$,基于 J 的距离函数 $dis_J^y:A \times A \rightarrow [0,1]$ 定义如下:对于任意的代理 $x,y \in A$,

$$dis_J^y(x,y) = \frac{\sum_{i \in J} \frac{|r(x,i) - r(y,i)|}{2}}{\|J\|} \quad (3)$$

基于距离函数可将代理集三划分为:基于一个给定代理的联盟集、冲突集和中立集。

定义 5^[11] 设 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统,给定任一代理 $x \in A$,议题子集 $J \subseteq I$,代理关于 J 的距离函数 $dis_J:A \times A \rightarrow [0,1]$ 和一对阈值 α, β ($0 \leq \alpha < \beta \leq 1$)。基于代理 x 的联盟集 $AS_J(x)$ 、冲突集 $CS_J(x)$ 和中立集 $NS_J(x)$ 分别定义如下:

$$\begin{cases} AS_J(x) = \{y \in A | dis_J(x,y) \leq \alpha\} \\ CS_J(x) = \{y \in A | dis_J(x,y) > \beta\} \\ NS_J(x) = \{y \in A | \alpha < dis_J(x,y) \leq \beta\} \end{cases} \quad (4)$$

当 x 与 y 的距离小于等于 α 时, y 在 x 的联盟集中;当 x 与 y 的距离大于 β 时, y 在 x 的冲突集中;当 x 与 y 的距离介于 α 和 β 之间时, y 在 x 的中立集中。距离函数 dis_J 可使用任意特定距离函数,如 dis_J^p 、 dis_J^y 或其他距离函数。以上划分可以用代理之间的关系等价定义。例如,设 $R_J \subseteq A \times A$ 表示代理之间的联盟关系, $(x,y) \in R_J \Leftrightarrow dis_J(x,y) \leq \alpha$ 。由此, x 的联盟集又可等价地定义为:

$$AS_J(x) = \{y \in A | (x,y) \in R_J\} \quad (5)$$

联盟关系 R_J 满足自反性和对称性,但不一定满足传递性,即若 $(x,y) \in R_J$ 且 $(y,z) \in R_J$,不一定有 $(x,z) \in R_J$,因此联盟集 $AS_J(x)$ 中的代理都与 x 具有联盟关系 R_J ,但是 $AS_J(x)$ 中的任意两个代理可能并不具有联盟关系。为了解决这个问题,一些文献基于极大相容类^[28]定义了两两相关的极大一致联盟集^[16,27]。

定义 6^[27] 设 $S=(A,I,V_r,r)$ 为三值信息系统,当满足以下两个条件时,代理子集 $X \subseteq A$ 是关于议题子集 $J \subseteq I$ 的极大一致联盟集:

- (1) $\forall x,y \in X, (x,y) \in R_J$
- (2) $\forall X' \supset X, \exists x,y \in X' \setminus X, (x,y) \notin R_J$

所有基于议题子集 J 的极大一致联盟集构成的集合族记为 MA_J^R 。

2 不完备异构冲突信息系统中的三支冲突分析模型

在实际应用中,代理可能无法对议题给出精确的支持、反对或中立评价。同时,代理对同一或不同议题的评价类型可能呈现多元化,并可能出现缺失值。异构信息系统包含不同类型的信息,例如,布尔值、实值、区间值、集值、毕达哥拉斯模糊数、三角模糊数、梯形模糊数、犹豫模糊数等^[22]。本章在冲突分析的背景下,仅针对含有三值、多值、区间值、犹豫值评价的异构冲突信息系统进行讨论。比如,代理对议题的评价值取自 $[-1,+1]$ 时,则该评价值为多值;当代理对议题的评价值取自 $[-1,+1]$ 的子区间时,则该评价值为区间值;当代理对议题的评价值取自多个不同的介于 $[-1,+1]$ 的值时,则该评价值为犹豫值。当异构信息系统中包含缺失评价值时,称之为不完备异构冲突信息系统,定义如下。

定义 7 设四元组 $S=(A,I,\tilde{V},r)$ 为不完备异构冲突信息系统, A 是有限非空代理集, I 是有限非空议题集, $\tilde{V}=\cup\{V_T, V_M, V_I, V_H, V_*\}$ 是代理对议题的异构评价价值集合, $r:A \times I \rightarrow \tilde{V}$ 是冲突评价函数。其中 $V_T=\{+1,-1,0\}$ 是三值评价集合, $V_M=[-1,+1]$ 是多评价价值集合, $V_I=[[\underline{v},\bar{v}][\underline{v},\bar{v}]\subseteq[-1,+1]]$ 是区间评价价值集合, $V_H=P([-1,+1])$ 是犹豫模糊评价价值集合,其中 P 表示幂集,

$V_*=\{*\}$ 是缺失评价价值集合。

不完备异构冲突信息系统中,不同代理对同一或不同议题的评价类型不同,因此不易于直接研究代理之间的关系。针对不同类型的评价值,分别定义支持度和反对度函数,综合不同类型的支持度和反对度进而得到代理之间的距离。对任一代理 $x \in A$,任一议题 $i \in I$,当 $r(x,i) \in V_T, r(x,i) \in V_I, r(x,i) \in V_M, r(x,i) \in V_H$,或 $r(x,i) \in V_*$ 时, x 关于 i 持支持评价的程度 $deg^+(x,i) \in [0,1]$ (简称为支持度)和持反对评价的程度 $deg^-(x,i) \in [0,1]$ (简称为反对度)如表 1 所示,其中 $|\cdot|$ 表示绝对值, $\|\cdot\|$ 表示集合的基数。表 1 共包含以下 5 种情况:

(1)代理 x 对议题 i 是三值评价,即 $r(x,i) \in V_T$ 或 $r(x,i) \in \{+1,-1,0\}$ 。当 $r(x,i)=+1$ 时,代理 x 对议题 i 的支持度 $deg^+(x,i)=1$,反对度 $deg^-(x,i)=0$;当 $r(x,i)=-1$ 时,代理 x 对议题 i 的支持度 $deg^+(x,i)=0$,反对度 $deg^-(x,i)=1$ 。

(2)代理 x 对议题 i 是多值评价,即 $r(x,i) \in V_M$ 或 $r(x,i) \in [-1,+1]$ 。当 $r(x,i) > 0$ 时, x 对 i 的评价是趋向于支持且不反对,因此支持度 $deg^+(x,i)=r(x,i)$,反对度 $deg^-(x,i)=0$;当 $r(x,i) < 0$ 时, x 对 i 的评价是趋向于反对且不支持,因此反对度 $deg^-(x,i)=|r(x,i)|$,支持度 $deg^+(x,i)=0$;当 $r(x,i)=0$ 时, x 对 i 的评价是中立,因此支持度和反对度都为 0,即 $deg^+(x,i)=deg^-(x,i)=0$ 。

(3)代理 x 对议题 i 是区间值评价,即 $r(x,i)=[\underline{v},\bar{v}] \in V_I$ 。当 $\underline{v} \geq 0$ 时, x 对 i 的评价是趋向于支持且

表 1 不完备异构冲突信息系统中代理 x 对议题 i 的支持度 $deg^+(x,i)$ 和反对度 $deg^-(x,i)$

Table 1 $deg^+(x,i)$ and $deg^-(x,i)$ of agent x with respect to issue i in incomplete heterogeneous conflict information system

评价类型	表达式	$deg^+(x,i)$	$deg^-(x,i)$
三值	$r(x,i) \in V_T$	$\begin{cases} 1, & r(x,i)=+1 \\ 0, & r(x,i) \neq +1 \end{cases}$	$\begin{cases} 1, & r(x,i)=-1 \\ 0, & r(x,i) \neq -1 \end{cases}$
多值	$r(x,i) \in V_M$	$\begin{cases} r(x,i), & r(x,i) > 0 \\ 0, & r(x,i) \leq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} r(x,i) , & r(x,i) < 0 \\ 0, & r(x,i) \geq 0 \end{cases}$
区间值	$r(x,i)=[\underline{v},\bar{v}] \in V_I$	$\begin{cases} \frac{\bar{v}+\underline{v}}{2}, & \underline{v} \geq 0 \\ \frac{\bar{v}-\underline{v}}{2}, & \underline{v} < 0 \wedge \bar{v} > 0 \\ 0, & \bar{v} \leq 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{ \bar{v}+\underline{v} }{2}, & \bar{v} \leq 0 \\ \frac{ \underline{v}-\bar{v} }{2}, & \underline{v} < 0 \wedge \bar{v} > 0 \\ 0, & \underline{v} \geq 0 \end{cases}$
犹豫值	$r(x,i)=V^+ \cup V^- \cup V^0 \in V_H$	$\begin{cases} \frac{\sum_{v \in V^+} v}{\ V^+ \cup V^- \cup V^0\ }, & V^+ \neq \emptyset \\ 0, & V^+ = \emptyset \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{\sum_{v \in V^-} v }{\ V^+ \cup V^- \cup V^0\ }, & V^- \neq \emptyset \\ 0, & V^- = \emptyset \end{cases}$
缺失值	$r(x,i)=*$	*	*

不反对,因此支持度取中值,即 $deg^+(x,i)=\frac{\bar{v}+v}{2}$,反对度 $deg^-(x,i)=0$ 。当 $\bar{v}\leq 0$ 时, x 对 i 的评价是趋向于反对且不支持,因此反对度取中值的绝对值,即 $deg^-(x,i)=\frac{|\bar{v}+v|}{2}$,支持度 $deg^+(x,i)=0$ 。当 $v<0$ 且 $\bar{v}>0$ 时, x 对 i 的评价既有反对意向又有支持意向。分别考虑两个子区间:代表支持意向的支持区间 $(0,\bar{v}]$ 和代表反对意向的反对区间 $[v,0)$ 。其中支持区间代表的支持度为 $\frac{\bar{v}}{2}$,反对区间代表的反对度为 $\frac{|v|}{2}$,对于整个区间 $[v,\bar{v}]$ 而言,支持区间的权重可表示为支持区间占整个区间的比例,即 $\frac{\bar{v}}{\bar{v}-v}$ 。同理,反对区间的权重可表示为 $\frac{|v|}{\bar{v}-v}$ 。因此,当 $v<0$ 且 $\bar{v}>0$ 时,区间 $[v,\bar{v}]$ 的支持度 $deg^+(x,i)=\frac{\bar{v}}{2}\cdot\frac{\bar{v}}{\bar{v}-v}$,反对度 $deg^-(x,i)=\frac{|v|}{2}\cdot\frac{|v|}{\bar{v}-v}$ 。

(4)代理 x 对议题 i 是犹豫值评价,即 $r(x,i)\in V_n$ 或 $r(x,i)\in P([-1,+1])$ 。分别考虑3个集合:代表支持意向的支持值集合 $V^+ = \{v \in r(x,i) | v > 0\}$,代表反对意向的反对值集合 $V^- = \{v \in r(x,i) | v < 0\}$,以及代表中立意向的中立值集合 $V^0 = \{v \in r(x,i) | v = 0\}$ 。这3个集合满足条件 $r(x,i) = V^+ \cup V^- \cup V^0$ 且两两相交为空,任一集合都可为空集。当 $V^+ \neq \emptyset$ 时, x 对 i 的评价有支持意向,因此支持度 $deg^+(x,i) = \frac{\sum_{v \in V^+} v}{\|V^+\| \cdot \frac{\|V^+\|}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}} = \frac{\sum_{v \in V^+} v}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}$,即支持意向的算术平均值 $\frac{\sum_{v \in V^+} v}{\|V^+\|}$ 与其所占比例 $\frac{\|V^+\|}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}$ 的乘积;当 $V^+ = \emptyset$ 时, x 对 i 的评价无支持意向,则支持度 $deg^+(x,i) = 0$;当 $V^- \neq \emptyset$ 时, x 对 i 的评价有反对意向,因此反对度 $deg^-(x,i) = \frac{\sum_{v \in V^-} |v|}{\|V^-\| \cdot \frac{\|V^-\|}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}} = \frac{\sum_{v \in V^-} |v|}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}$,即反对意向的非负算术平均值 $\frac{\sum_{v \in V^-} |v|}{\|V^-\|}$ 与其所占比例 $\frac{\|V^-\|}{\|V^+ \cup V^- \cup V^0\|}$ 的乘积;当 $V^- = \emptyset$ 时, x 对 i 的评价无反对意向,反对度 $deg^-(x,i) = 0$ 。

(5)代理 x 对议题 i 为缺失值评价,即 $r(x,i) = *$ 。则 x 对 i 的评价是未知的,因此 $deg^+(x,i) = deg^-(x,i) = *$,

其中 $*$ 代表未知值。

在讨论区间值评价和犹豫值评价时,采用了相似的方式定义支持度和反对度,即用支持或反对评价子集或子区间的平均值乘以其权重作为支持或反对度。实际上,相同的定义方式可推广到除缺失值外的其他情况,由此,可以得到统一形式的定义。首先,将代理 x 对议题 i 的评价 $r(x,i)$ 表示为一个集合。其次,将集合 $r(x,i)$ 划分为三个子集 V^+ 、 V^- 、 V^0 。当 $V^+ \neq \emptyset$ 时, V^+ 代表的支持度为它所包含的评价值的算术平均值(若 V^+ 为有限集)或中值(若 V^+ 为区间),记为 $ave(V^+)$,其权重为 V^+ 在整个集合 $r(x,i)$ 中所占的比例,记为 $w(V^+)$ 。当 V^+ 为有限集时, $w(V^+) = \frac{|V^+|}{|r(x,i)|}$;当 V^+ 为区间时, $w(V^+)$ 为 V^+ 的区间长度占总区间 $[v,\bar{v}]$ 的比例,即 $\frac{\bar{v}-v^+}{\bar{v}-v}$ 。因此 $r(x,i)$ 的支持度 $deg^+(x,i) = ave(V^+) \cdot w(V^+)$ 。当 $V^+ = \emptyset$ 时, $r(x,i)$ 的支持度为0。同理可定义 $r(x,i)$ 所代表的反对度。由此,得到以下统一定义。

定义8 设 $\tilde{S} = (A, I, \tilde{V}, r)$ 为不完备异构冲突信息系统,给定任一代理 $x \in A$ 和任一议题 $i \in I$,当 $r(x,i) \neq *$ 时,设 $r(x,i) = V^+ \cup V^- \cup V^0$,其中 $V^+ = \{v \in r(x,i) | v > 0\}$, $V^- = \{v \in r(x,i) | v < 0\}$, $V^0 = \{v \in r(x,i) | v = 0\}$,则 x 关于 i 的支持度 $deg^+(x,i) \in [0,1] \cup \{*\}$ 和反对度 $deg^-(x,i) \in [0,1] \cup \{*\}$ 分别定义如下:

$$deg^+(x,i) = \begin{cases} ave(V^+) \cdot w(V^+), & r(x,i) \neq * \wedge V^+ \neq \emptyset \\ 0, & r(x,i) \neq * \wedge V^+ = \emptyset \\ *, & r(x,i) = * \end{cases} \quad (6a)$$

$$deg^-(x,i) = \begin{cases} ave(V^-) \cdot w(V^-), & r(x,i) \neq * \wedge V^- \neq \emptyset \\ 0, & r(x,i) \neq * \wedge V^- = \emptyset \\ *, & r(x,i) = * \end{cases} \quad (6b)$$

定义8将代理关于单个议题的单维度不同类型的评价值,转化为代理关于议题的支持度和反对度的双维度同一类型评价值,以便于研究代理之间的距离。基于定义8,将不完备异构冲突信息系统转化为二维模糊不完备冲突信息系统。

定义9 设四元组 $\tilde{S} = (A, I, \tilde{V}, deg)$ 是二维模糊不完备冲突信息系统, A 是有限非空代理集, I 是有限非空议题集, $\tilde{V} = [0,1] \cup \{*\}$ 是支持度和反对度的值域, $deg: A \times I \rightarrow \tilde{V} \times \tilde{V}$ 是由支持度 ($deg^+: A \times I \rightarrow \tilde{V}$) 和反对度 ($deg^-: A \times I \rightarrow \tilde{V}$) 构成的二维评价函数。对于任一代理 $x \in A$ 和任一议题 $i \in I$, x 对 i 的二维评价值为

$$deg(x, i) = (deg^+(x, i), deg^-(x, i)).$$

二维模糊不完备冲突信息系统中,任一代理 x 关于任一议题 i 都有相同值域 $\check{V} = [0, 1] \cup \{*\}$ 的二维评价函数 $deg(x, i) = (deg^+(x, i), deg^-(x, i))$ 。因此,基于二维模糊不完备冲突信息系统,定义代理之间关于议题的距离为代理之间支持度距离和反对度距离的算术平均值。虽然集合 \check{V} 中包含的缺失值 $*$ 与其他非缺失值之间的距离不明确,但其可能距离取值区间为 $[0, 1]$, 即缺失值 $*$ 与其他非缺失值之间的距离最大为 1(悲观),最小为 0(乐观)。由此,分别从乐观和悲观角度定义代理之间关于议题的距离。

定义 10 设四元组 $\check{S} = (A, I, \check{V}, deg)$ 是二维模糊不完备冲突信息系统,代理之间关于给定议题 $i \in I$ 的乐观距离函数 $dis_i^0: A \times A \rightarrow [0, 1]$ 和悲观距离函数 $dis_i^p: A \times A \rightarrow [0, 1]$ 分别定义如下:对于任意的 $x, y \in A$,

$$dis_i^0(x, y) = \begin{cases} \frac{|deg^+(x, i) - deg^+(y, i)| + |deg^-(x, i) - deg^-(y, i)|}{2}, & r(x, i) \neq * \wedge r(y, i) \neq * \\ 0, & r(x, i) = * \vee r(y, i) = * \vee x = y \end{cases} \quad (7a)$$

$$dis_i^p(x, y) = \begin{cases} \frac{|deg^+(x, i) - deg^+(y, i)| + |deg^-(x, i) - deg^-(y, i)|}{2}, & r(x, i) \neq * \wedge r(y, i) \neq * \\ 1, & r(x, i) = * \vee r(y, i) = * \\ 0, & x = y \end{cases} \quad (7b)$$

定义 10 中,当 $r(x, i) \neq *$ 且 $r(y, i) \neq *$ 时, x 与 y 之间关于 i 的距离为 x 与 y 之间的支持度距离 $|deg^+(x, i) - deg^+(y, i)|$ 和反对度距离 $|deg^-(x, i) - deg^-(y, i)|$ 的算术平均值。当 $r(x, i) = *$ 或 $r(y, i) = *$ 时,从乐观的角度定义 x 与 y 之间的距离为 0,从悲观的角度定义 x 与 y 之间的距离为 1。当缺失值被填补完整后,实际距离 $dis_i(x, y)$ 介于乐观距离与悲观距离之间,即 $0 \leq dis_i^0(x, y) \leq dis_i(x, y) \leq dis_i^p(x, y) \leq 1$ 。

代理之间关于议题子集 $J \subseteq I$ 的乐观和悲观距离函数分别定义为代理之间关于 J 中所有单个议题的乐观和悲观距离函数值的算术平均,即,对于任意的 $x, y \in A$,

$$\begin{cases} dis_j^0(x, y) = \frac{\sum_{i \in J} dis_i^0(x, y)}{|J|} \\ dis_j^p(x, y) = \frac{\sum_{i \in J} dis_i^p(x, y)}{|J|} \end{cases} \quad (8)$$

代理之间关于议题子集 J 的乐观和悲观距离函

数满足条件 $0 \leq dis_j^0(x, y) \leq dis_j^p(x, y) \leq 1$ 。基于上述悲观与乐观距离函数,定义基于一个给定代理的联盟、冲突和中立区间集。区间集可看作区间数在集合上的推广^[29]。区间 N 可由下界 N_l 和上界 N_u 定义,其包含上下界及所有介于两者之间的集合,即:

$$N = [N_l, N_u] = \{N \in 2^U | N_l \subseteq N \subseteq N_u\} \quad (9)$$

其中, U 为任一给定全集。基于给定代理的联盟区间集、冲突区间集和中立区间集定义如下。

定义 11 设四元组 $\check{S} = (A, I, \check{V}, deg)$ 是二维模糊不完备冲突信息系统。给定任一代理 $x \in A$, 议题子集 $J \subseteq I$, 代理关于 J 的乐观距离 dis_j^0 与悲观距离 dis_j^p 和一对阈值 α, β ($0 \leq \alpha < \beta \leq 1$)。代理 x 关于 J 的联盟区间集 $\Delta S_j(x)$ 、冲突区间集 $CS_j(x)$ 和中立区间集 $NS_j(x)$ 分别定义如下:

$$\begin{cases} \Delta S_j(x) = [\Delta S_j^p(x), \Delta S_j^0(x)] = \\ \quad \{ \{y \in A | dis_j^p(x, y) \leq \alpha\}, \{y \in A | dis_j^0(x, y) \leq \alpha\} \} \\ CS_j(x) = [CS_j^0(x), CS_j^p(x)] = \\ \quad \{ \{y \in A | dis_j^0(x, y) > \beta\}, \{y \in A | dis_j^p(x, y) > \beta\} \} \\ NS_j(x) = [NS_j^{op}(x), NS_j^{po}(x)] = \\ \quad [(\Delta S_j^0(x) \cup CS_j^p(x))^c, (\Delta S_j^p(x) \cup CS_j^0(x))^c] = \\ \quad \{ \{y \in A | dis_j^0(x, y) > \alpha \wedge dis_j^p(x, y) \leq \beta\}, \\ \quad \{y \in A | dis_j^p(x, y) > \alpha \wedge dis_j^0(x, y) \leq \beta\} \} \end{cases} \quad (10)$$

二维模糊不完备冲突信息系统中缺失值的存在使得无法精确描述联盟集、冲突集和中立集。因此,定义 11 用区间集表示联盟集、冲突集和中立集的这种不确定性,并用上界和下界描述它们的取值范围。其中,下界包含一定在相应集合中的代理,上界包含可能在相应集合中的代理。上下界之间的差集代表了由缺失值导致的不确定性。在定义 x 的联盟区间集 $\Delta S_j(x)$ 时,其下界包含与 x 有确定联盟关系的代理,即在悲观距离函数的测评下,与 x 足够近的代理。因此, $\Delta S_j(x)$ 下界的条件为 $dis_j^p(x, y) \leq \alpha$ 。同理, $\Delta S_j(x)$ 的上界包含与 x 可能有联盟关系的代理,即在乐观距离函数的测评下,与 x 足够近的代理。因此, $\Delta S_j(x)$ 上界的条件为 $dis_j^0(x, y) \leq \alpha$ 。同理,可解释冲突区间集和中立区间集的条件。定义 11 中的联盟区间集、冲突区间集和中立区间集两两相交可能不为空。

下面通过一个例子来说明以上讨论。

例 1 表 2 为不完备异构冲突信息系统 $\check{S} = (A, I, \check{V}, r)$, 其中 $A = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, 令 $J = I = \{i_1, i_2, i_3, i_4, i_5\}$ 。由定义 8 得到二维模糊不完备冲突信息系统

表2 不完备异构冲突信息系统

Table 2 Incomplete heterogeneous conflict information system

A	I				
	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5
x_1	-1	*	{-0.20,+0.60,+0.90}	+1	{+0.80, +1}
x_2	+0.90	{-0.10,0,+0.10}	*	-0.90	-1
x_3	{+0.60,+0.80}	-0.80	-1	-0.80	{-0.10,+0.10}
x_4	0	{-0.94,-0.20}	-1	*	-0.90
x_5	{+0.30,+0.80}	-1	-0.80	{-0.70, -0.80, -0.90}	{-0.70, -0.80}
x_6	[-1,+1]	*	[-0.90,-0.40]	[-0.20,+0.40]	+0.85

$\check{S}=(A,I,\check{V},deg)$,如表3所示。由式(8)可得代理之间关于 J 的乐观距离与悲观距离分别如表4和表5所示。给定阈值 $\alpha=0.37$ 和 $\beta=0.6$,由定义11得到关于 J 的联盟区间集、冲突区间集、中立区间集:

- $AS_J(x_1)=[\{x_1\},\{x_1,x_6\}]$
- $CS_J(x_1)=[\{x_5\},\{x_2,x_3,x_4,x_5\}]$
- $NS_J(x_1)=[\emptyset,\{x_2,x_3,x_4,x_6\}]$
- $AS_J(x_2)=[\{x_2,x_5\},\{x_2,x_3,x_4,x_5\}]$
- $CS_J(x_2)=[\emptyset,\{x_1,x_6\}]$
- $NS_J(x_2)=[\emptyset,\{x_1,x_3,x_4,x_6\}]$
- $AS_J(x_3)=[\{x_3,x_5\},\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}]$
- $CS_J(x_3)=[\emptyset,\{x_1\}]$
- $NS_J(x_3)=[\emptyset,\{x_1,x_2,x_4,x_6\}]$
- $AS_J(x_4)=[\{x_4,x_5\},\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}]$
- $CS_J(x_4)=[\emptyset,\{x_1,x_6\}]$
- $NS_J(x_4)=[\emptyset,\{x_1,x_2,x_3,x_6\}]$
- $AS_J(x_5)=[\{x_2,x_3,x_4,x_5\},\{x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}]$
- $CS_J(x_5)=[\{x_1\},\{x_1\}]=\{x_1\}$
- $NS_J(x_5)=[\emptyset,\{x_6\}]$
- $AS_J(x_6)=[\{x_6\},\{x_1,x_3,x_4,x_5,x_6\}]$
- $CS_J(x_6)=[\emptyset,\{x_2,x_4\}]$
- $NS_J(x_6)=[\emptyset,\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\}]$

3 不完备异构冲突信息系统中基于极大团的极大一致联盟区间集

在上述讨论中,将不完备异构冲突信息系统转化为二维模糊不完备冲突信息系统,并定义联盟区间集、冲突区间集和中立区间集来描述代理之间的关系。本章进一步探究极大一致联盟区间集族,并利用枚举极大团的Bron-Kerbosch-Degeneracy算法^[30](简称BKD算法)获取极大一致联盟区间集族。

定义11中的上下界可通过联盟关系等价定义。

表3 二维模糊不完备冲突信息系统

Table 3 Two-dimensional fuzzy incomplete conflict information system

A	I									
	i_1		i_2		i_3		i_4		i_5	
	deg^+	deg^-	deg^+	deg^-	deg^+	deg^-	deg^+	deg^-	deg^+	deg^-
x_1	0	1.00	*	*	0.50	0.07	1.00	0	0.90	0
x_2	0.90	0	0.03	0.03	*	*	0	0.90	0	1.00
x_3	0.70	0	0	0.80	0	1.00	0	0.80	0.03	0.03
x_4	0	0	0	0.57	0	1.00	*	*	0	0.90
x_5	0.55	0	0	1.00	0	0.80	0	0.80	0	0.75
x_6	0.25	0.25	*	*	0	0.65	0.13	0.03	0.85	0

表4 代理之间关于议题集 J 的乐观距离 dis_J^o

Table 4 Optimistic distance dis_J^o between agents with respect to J

A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	0.57	0.58	0.42	0.62	0.30
x_2	0.57	0	0.21	0.16	0.17	0.38
x_3	0.58	0.21	0	0.18	0.13	0.28
x_4	0.42	0.16	0.18	0	0.13	0.26
x_5	0.62	0.17	0.13	0.13	0	0.32
x_6	0.30	0.38	0.28	0.26	0.32	0

表5 代理之间关于议题集 J 的悲观距离 dis_J^p

Table 5 Pessimistic distance dis_J^p between agents with respect to J

A	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1	0	0.97	0.78	0.82	0.82	0.50
x_2	0.97	0	0.41	0.56	0.37	0.78
x_3	0.78	0.41	0	0.38	0.13	0.48
x_4	0.82	0.56	0.38	0	0.33	0.66
x_5	0.82	0.37	0.13	0.33	0	0.52
x_6	0.50	0.78	0.48	0.66	0.52	0

根据定义 5 的讨论, $y \in AS_j(x) \Leftrightarrow (x, y) \in R_j$ 。因此, $AS_j(x)$ 的下界 $AS_j^p(x) = \{y \in A \mid dis_j^p(x, y) \leq \alpha\}$ 可等价定义为 $AS_j^p(x) = \{y \in A \mid (x, y) \in R_j^p\}$, 其中 R_j^p 表示由悲观距离函数定义的悲观联盟关系, 即 $(x, y) \in R_j^p \Leftrightarrow dis_j^p(x, y) \leq \alpha$ 。同理, $AS_j(x)$ 的上界 $AS_j^o(x) = \{y \in A \mid dis_j^o(x, y) \leq \alpha\}$ 可等价定义为 $AS_j^o(x) = \{y \in A \mid (x, y) \in R_j^o\}$, 其中 R_j^o 表示由乐观距离函数定义的乐观联盟关系, 即 $(x, y) \in R_j^o \Leftrightarrow dis_j^o(x, y) \leq \alpha$ 。 $CS_j(x)$ 和 $NS_j(x)$ 可类似定义。悲观联盟关系 R_j^p 和乐观联盟关系 R_j^o 满足自反性和对称性, 但不一定满足传递性。为了得到两两相关的联盟集, 定义极大一致联盟区间集族如下。

定义 12 设 $\tilde{S} = (A, I, \vec{V}, deg)$ 是二维模糊不完备冲突信息系统, 给定悲观联盟关系 $R_j^p = \{(x, y) \in A \times A \mid dis_j^p(x, y) \leq \alpha\}$ 和乐观联盟关系 $R_j^o = \{(x, y) \in A \times A \mid dis_j^o(x, y) \leq \alpha\}$ 。基于议题子集 J 的极大一致联盟集构成的区间集族为:

$$MA_J = [MA_J^o, MA_J^p] \quad (11)$$

由于缺失值的存在, 极大一致联盟集族被定义为一个区间集。其中 MA_J^o 是基于乐观联盟关系 R_j^o 的极大一致联盟集族(见定义 6), 为极大一致联盟区间集族的下界; MA_J^p 是基于悲观联盟关系 R_j^p 的极大一致联盟集族(见定义 6), 为极大一致联盟区间集族的上界。

根据定义 10, 二维模糊不完备冲突信息系统 $\tilde{S} = (A, I, \vec{V}, deg)$ 中的悲观联盟关系 R_j^p 和乐观联盟关系 R_j^o 满足自反性和对称性, 但不一定满足传递性。可通过有向关系图 $G' = (V', E')$ 刻画代理之间的联盟关系。其中, V' 表示代理集的顶点集, E' 表示联盟关系的边集。由自反性可知, G' 中每个顶点都有自环。由对称性可知, 每对不同顶点之间若有边, 一定有方向相反的两条边。根据这两个特点, 当去掉每个顶点的自环, 并将方向相反的两条边简化为一条无向边时, 表示联盟关系的有向图 G' 就简化为一个无向简单图 $G = (V, E)$, 其中 $V = V'$ 表示代理集的顶点集, E 为简化后表示联盟关系的无向边集。由此, 可分别基于乐观联盟关系 R_j^o 和悲观联盟关系 R_j^p 构造两个无向简单图 $G^{R^o} = (V, E^{R^o})$ 和 $G^{R^p} = (V, E^{R^p})$ 。根据定义 12 可知, 二维模糊不完备冲突信息系统中, 基于议题子集 J 的极大一致联盟集族 $MA_J = [MA_J^o, MA_J^p]$, 分别基于定义 6 计算基于乐观联盟关系 R_j^o 的极大一致联盟集族 MA_J^o 和基于悲观联盟关系 R_j^p 的极大一致联盟集族 MA_J^p 。根据定义 6 可知, 极大一致联盟集族

为所有极大一致联盟集构成的集合族, 极大一致联盟集中的代理两两具有联盟关系。对应到无向简单图 $G = (V, E)$ 中, 极大一致联盟集即为顶点两两相连的极大完全子图的顶点集。因此, 计算二维模糊不完备冲突信息系统中极大一致联盟区间集族的问题就转化为分别求 $G^{R^o} = (V, E^{R^o})$ 和 $G^{R^p} = (V, E^{R^p})$ 中所有极大完全子图的顶点集, 即求极大团的顶点集问题。

枚举极大团是图论中一个经典的 NP 难问题, 已有一些相对高效的算法^[30-34]。Bron-Kerbosch 算法^[31](简称 BK 算法)是 Bron 和 Kerbosch 于 1973 年提出的枚举极大团算法。BK 算法采用回溯的方式进行搜索, 时间复杂度为 $O(3^{|V|/3})$, 这里 $|V|$ 表示图中顶点的数量。该算法以一个空团开始, 然后逐步将顶点添加到当前团中, 同时继续搜索新的团。在 BK 算法的基础上, Tomita 等^[32]提出了 BK-Pivot 算法(简称 BKP 算法), BKP 算法为了减少搜索空间, 引入一个“枢轴”顶点, 然后在递归调用时只考虑该中心点的相邻顶点集, 显著减少了递归调用的次数, 从而提高算法的效率。BKP 算法的时间复杂度可达到 $O(2^{|V|/3})$, 最坏的情况下, 时间复杂度仍然是 $O(3^{|V|/3})$ 。BK 算法和 BKP 算法的时间复杂度中指数部分均与图中顶点的数量相关, 因此不适用于顶点数量较大的图。

Eppstein 等^[30]基于 BKP 算法提出了 BKD 算法, 该算法基于图中顶点的退化序(degeneracy order), 通过依次将每个顶点作为输入参数的初值分别调用 BKP 算法, 以枚举出所有的极大团。对于一个简单无向图 $G = (V, E)$, 其起始退化度被定义为一给定最小值 d , 使得 G 的每个非空子图都至少包括一个度数不超过 d 的顶点。求解顶点的退化序类似于求解拓扑序, 即按顶点度数从小到大移除顶点并删除相应的边。顶点退化序的求解可以使用优先队列实现。首先, 将所有顶点放入优先队列中, 然后每次选择图中度数最小的顶点, 并将其相邻顶点的度数减 1, 然后重复上述步骤, 直到队列为空。该算法的时间复杂度为 $O(d \times |V| \times 3^{d/3})$ 。BKD 算法通过退化度高的顶点作为中心点, 减少了冗余递归调用, 从而在稀疏图上表现出良好的性能。由于不完备异构冲突信息系统中构建的简化联盟关系图大多是稀疏图, 本文基于 BKD^[30]算法分别枚举基于乐观联盟关系 R_j^o 和悲观联盟关系 R_j^p 的无向简单图 $G^{R^o} = (V, E^{R^o})$ 和 $G^{R^p} = (V, E^{R^p})$ 中的极大团, 从而获取极大一致联盟区间集族, 具体见算法 1^[30]。其中 $G = (V, E)$ 为简化后的联盟

关系图 ($G^{R^0}=(V,E^{R^0})$ 或 $G^{R^p}=(V,E^{R^p})$); 顶点 u 的相邻顶点集为 $adj(u)=AS_j(u)-\{u\}$; 集合 R 表示当前正在枚举的团; 集合 P 表示候选顶点集合, 即仍然可以添加到团中的顶点; 集合 X 表示已经被排除的顶点集合, 即与当前团中的顶点不相邻的顶点。

算法 1 BKD 算法

输入: 无向简单图 $G=(V,E)$, 其中 V 为顶点集, E 为边集。

输出: 图中所有的极大团 MC 。

Function Bron-Kerbosch-Pivot (R,P,X):

if 集合 P 为空且 X 也为空 then

 将 R 添加到结果集合 MC 中

else

 选择一个枢轴顶点 $v \in P \cup X$

 for $u \in P \setminus adj(v)$

 Bron-Kerbosch-Pivot ($R \cup u, P \cap adj(u), X \cap adj(u)$)

$P \leftarrow P \setminus u$

$X \leftarrow X \cup u$

 end

对所有顶点按照退化序排序, 得到 $v_1, v_2, \dots, v_{|V|}$

for $v_i \in V$

$P \leftarrow \{v_{i+1}, v_{i+2}, \dots, v_{|V|}\}$

$R \leftarrow \{v_1, v_2, \dots, v_{i-1}\}$

 Bron-Kerbosch-Pivot ($\{v_i\}, P \cap adj(v_i), X \cap adj(v_i)$)

return MC

通过下面的例子来说明以上讨论。

例 2 根据例 1, 分别构造基于悲观联盟关系 $R_j^p = \{(x,y) \in A \times A | dis_j^p(x,y) \leq 0.37\}$ 和乐观联盟关系 $R_j^o = \{(x,y) \in A \times A | dis_j^o(x,y) \leq 0.37\}$ 的两个无向简单图 $G^{R^p}=(V,E^{R^p})$ 和 $G^{R^o}=(V,E^{R^o})$, 如图 1 和 2 所示。将图 1 和图 2 分别代入算法 1 可得到基于悲观联盟关系 R_j^p 和基于乐观联盟关系 R_j^o 的极大团, 如图 3 和图 4 所示。由此获得极大一致联盟区间集族:

$$MA_j = [MA_j^o, MA_j^p] = [\{X_1^1, X_1^2, X_1^3\}, \{X_u^1, X_u^2, X_u^3, X_u^4, X_u^5\}]$$

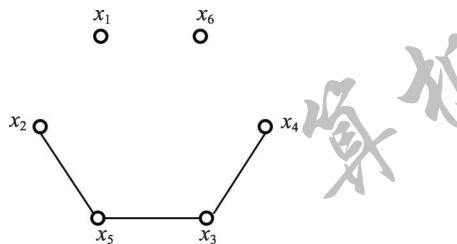


图 1 基于悲观联盟关系的简化关系图 $G^{R^p}=(V,E^{R^p})$

Fig.1 Simplified graph $G^{R^p}=(V,E^{R^p})$ based on pessimistic alliance relations

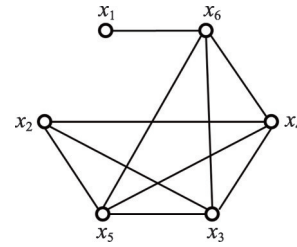


图 2 基于乐观联盟关系的简化关系图 $G^{R^o}=(V,E^{R^o})$

Fig.2 Simplified graph $G^{R^o}=(V,E^{R^o})$ based on optimistic alliance relations

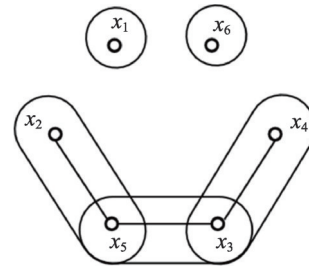


图 3 基于悲观联盟关系的极大团

Fig.3 Maximal cliques based on pessimistic alliance relation

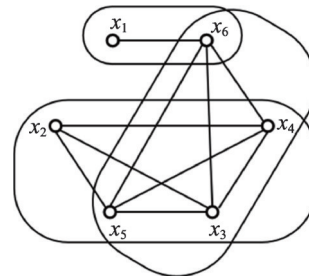


图 4 基于乐观联盟关系的极大团

Fig.4 Maximal cliques based on optimistic alliance relation

其中, $X_1^1=\{x_1, x_6\}, X_1^2=\{x_2, x_3, x_4, x_5\}, X_1^3=\{x_3, x_4, x_5, x_6\}, X_u^1=\{x_1\}, X_u^2=\{x_2, x_5\}, X_u^3=\{x_3, x_4\}, X_u^4=\{x_3, x_5\}, X_u^5=\{x_6\}$ 。

4 结束语

首先, 在不完备异构冲突信息系统中, 通过定义不同类型评价价值代表的支持度和反对度, 将不完备异构冲突信息系统转化为二维模糊不完备冲突信息系统。其次, 在二维模糊不完备冲突信息系统中, 分别定义代理之间的乐观与悲观距离函数, 以构造基于任一给定代理的联盟、冲突和中立区间集。最后, 定义代理两两相关的极大一致联盟区间集族, 并利

用极大团的计算方法提出其构造算法。

本文所讨论的不完备异构冲突信息系统仅限于三值、多值、区间值、犹豫值和缺省值的情况,未来可针对其他类型的异构信息拓展并构建新的三支冲突分析模型。同时,本文并未对议题和代理的权重进行讨论,这也是未来的一个研究方向。此外,本文仅提出利用已有枚举极大团的算法获取极大一致联盟区间集族,未来研究可讨论枚举极大团的优化算法,以进一步提高获取极大一致联盟区间集族的效率。最后,将进一步探索三支冲突分析模型在实际问题中的应用,例如企业的冲突管理等。

参考文献:

- [1] PAWLAK Z. On conflicts[J]. *International Journal of Man-Machine Studies*, 1984, 21(2): 127-134.
- [2] PAWLAK Z. An inquiry into anatomy of conflicts[J]. *Information Sciences*, 1998, 109: 65-78.
- [3] DEJA R. Conflict analysis[J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2002, 17: 235-253.
- [4] PAWLAK Z. Some remarks on conflict analysis[J]. *European Journal of Operational Research*, 2005, 166(3): 649-654.
- [5] LIU Y, LIN Y. Intuitionistic fuzzy rough set model based on conflict distance and applications[J]. *Applied Soft Computing*, 2015, 31: 266-273.
- [6] SKOWRON A, RAMANNA S, PETERS J F. Conflict analysis and information systems: a rough set approach[C]//*Proceeding of the 1st International Conference on Rough Sets and Knowledge Technology*, Chongqing, Jul 24-26, 2006. Berlin, Heidelberg: Springer, 2006: 233-240.
- [7] LANG G M, MIAO D Q, CAI M J. Three-way decision approaches to conflict analysis using decision-theoretic rough set theory[J]. *Information Sciences*, 2017, 406/407: 185-207.
- [8] FAN Y, QI J J, WEI L. A conflict analysis model based on three-way decisions[C]//*Proceeding of the 2018 International Joint Conference on Rough Sets*, Quy Nhon, Aug 20-24, 2018. Cham: Springer, 2018: 522-532.
- [9] SUN B Z, MA W M, ZHAO H Y. rough set-based conflict analysis model and method over two universes[J]. *Information Sciences*, 2016, 372: 111-125.
- [10] SUN B Z, CHEN X T, ZHANG L Y, et al. Three-way decision making approach to conflict analysis and resolution using probabilistic rough set over two universes[J]. *Information Sciences*, 2020, 507: 809-822.
- [11] YAO Y Y. Three-way conflict analysis: reformulations and extensions of the Pawlak model[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 180: 26-37.
- [12] LANG G M, LUO J F, YAO Y Y. Three-way conflict analysis: a unification of models based on rough sets and formal concept analysis[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2020, 194: 105556.
- [13] ZHI H L, QI J J, QIAN T, et al. Conflict analysis under one-vote veto based on approximate three-way concept lattice [J]. *Information Sciences*, 2020, 516: 316-330.
- [14] 智慧来, 王月, 马一凡, 等. 冲突分析的研究进展[J]. *海南热带海洋学院学报*, 2023, 30(2): 62-72.
ZHI H L, WANG Y, MA Y F, et al. Research advances in conflict analysis[J]. *Journal of Hainan Tropical Ocean University*, 2023, 30(2): 62-72.
- [15] LANG G M, MIAO D Q, FUJITA H. Three-way group conflict analysis based on Pythagorean fuzzy set theory[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2019, 28(3): 447-461.
- [16] LI X N, WANG X, LANG G M, et al. Conflict analysis based on three-way decision for triangular fuzzy information systems[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2021, 132: 88-106.
- [17] YI H, ZHANG H M, LI X N, et al. Three-way conflict analysis based on hesitant fuzzy information systems[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2021, 139: 11-27.
- [18] BASHIR Z, WAHAB A, RASHID T. Three-way decision with conflict analysis approach in the framework of fuzzy set theory[J]. *Soft Computing*, 2022, 26: 309-326.
- [19] DU J L, LIU S F, LIU Y, et al. A novel approach to three-way conflict analysis and resolution with Pythagorean fuzzy information[J]. *Information Sciences*, 2022, 584: 65-88.
- [20] 王艺超, 王振, 魏玲, 等. 多值冲突表的复合冲突程度分析 [J]. *西北大学学报(自然科学版)*, 2022, 52(5): 805-812.
WANG Y C, WANG Z, WEI L, et al. Compound conflict degree analysis of many-valued conflict situation[J]. *Journal of Northwest University (Natural Science Edition)*, 2022, 52 (5): 805-812.
- [21] FENG X F, YANG H L, GUO Z L. Three-way conflict analysis in dual hesitant fuzzy situation tables[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2023, 154: 109-132.
- [22] YANG H L, WANG Y, GUO Z L. Three-way conflict analysis based on hybrid situation tables[J]. *Information Sciences*, 2023, 628: 522-541.
- [23] 常月, 王振, 任睿思, 等. 基于区间值模糊冲突表的三支冲突分析 [J]. *陕西师范大学学报(自然科学版)*, 2023, 51 (1): 78-86.
CHNAG Y, WANG Z, REN R S, et al. Three-way conflict analysis based on interval-valued fuzzy conflict situation [J]. *Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition)*, 2023, 51(1): 78-86.
- [24] ZHI H L, LI J H, LI Y N. Multilevel conflict analysis based

- on fuzzy formal contexts[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2022, 30(12): 5128-5142.
- [25] SUO L W Q, YANG H L. Three-way conflict analysis based on incomplete situation tables: a tentative study[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2022, 145: 51-74.
- [26] 杨文昕, 易黄建, 陈跃, 等. 基于不完备信息系统的三支冲突分析[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 2022, 50(3): 43-51.
YANG W T, YI H J, CHEN Y, et al. Three-way conflict analysis based on incomplete information systems[J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 2022, 50(3): 43-51.
- [27] LUO J F, HU M J, LANG G M, et al. Three-way conflict analysis based on alliance and conflict functions[J]. Information Sciences, 2022, 594: 321-359.
- [28] 张迎迎, 李天瑞. 区间值信息系统中一种极大相容类的增量更新算法[J]. 小型微型计算机系统, 2017, 38(7): 1572-1579.
ZHANG Y Y, LI T R. Incremental algorithm for updating maximal consistent classes in interval-valued information system[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2017, 38(7): 1572-1579.
- [29] TRAN L, DUCKSTEIN L. Comparison of fuzzy numbers using a fuzzy distance measure[J]. Fuzzy Sets Systems, 2002, 130: 331-341.
- [30] EPPSTEIN D, LOFFLER M, STRASH D. Listing all maximal cliques in large sparse real-world graphs[J]. Journal of Experimental Algorithmics, 2013, 18: 1-21.
- [31] BRON C, KERBOSCH J. Algorithm 457: finding all cliques of an undirected graph[J]. Communications of the ACM, 1973, 16(9): 575-577.
- [32] TOMITA E, TANAKA A, TAKAHASHI H. The worst-case time complexity for generating all maximal cliques and computational experiments[J]. Theoretical Computer Science, 2006, 363: 28-42.
- [33] SCHMIDT M C, SAMATOVA N F, THOMAS K, et al. A scalable, parallel algorithm for maximal clique enumeration [J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2009, 69: 417-428.
- [34] SEGUNDO S P, RODRIGUEZ-LOSADA D, JIMENEZ A. An exact bit-parallel algorithm for the maximum clique problem[J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(2): 571-581.



罗珺方(1990—),女,吉林人,博士,讲师,CCF会员,主要研究方向为粒计算、三支决策、人工智能等。

LUO Junfang, born in 1990, Ph.D., lecturer, CCF member. Her research interests include granular computing, three-way decision, artificial intelligence, etc.



张硕(2003—),男,安徽人,CCF学生会员,主要研究方向为数据挖掘、机器学习等。

ZHANG Shuo, born in 2003, CCF student member. His research interests include data mining, machine learning, etc.



胡梦君(1989—),女,山东人,博士,助理教授,主要研究方向为数据科学、三支决策、人工智能等。

HU Mengjun, born in 1989, Ph.D., assistant professor. Her research interests include data science, three-way decision, artificial intelligence, etc.